

研究員 の眼

数字の「1001」に関わる各種の話題 ー1001 はシェヘラザード数と呼ばれているー

保険研究部 研究理事 中村 亮一
TEL: (03)3512-1777 E-mail: nryoichi@nli-research.co.jp

はじめに

数字の「1001」と聞いて、皆さんが思い浮かべるのは「千夜一夜物語」だろう。数字の「1001」は、以下で説明する独特の法則もあり、この物語のヒロインであるシェヘラザードと結び付けて「シェヘラザード数」と呼ばれるもの（の1つ）になっている。

今回は、この数字の「1001」について、それが現れてくる例やその理由等について調べてみた。

千夜一夜物語

「千夜一夜物語」、「千一夜物語」あるいは「アラビアンナイト」の名称で知られている物語は、イスラム世界の説話集である。英語名では「One Thousand and One Nights」だが、1706年に最初の英語版が出版された時のタイトル「The Arabian Nights' Entertainment」から、「アラビアンナイト (Arabian Nights)」として知られている。

「千夜一夜物語」は、概ね「ペルシャのシャフリヤールという王が、妻の不貞を知ったことから妻と相手の首をはねるとともに、女性不信となり、毎日女性を宮殿に呼んで一夜を過ごしては、翌朝にはその首をはねるとい生活をしてきた。これを見かねて、王の側近の大臣の娘シェヘラザードが名乗り出て王妃となり、毎夜、王に対して興味深い物語を聞かせた。王は話の続きを聞きたくて、王妃を殺さず、ついに千一夜が過ぎ、最後は王の心が和んで、シェヘラザードを終生の妻にした。」という物語である（表現上の制約等により、物語の説明に正確性が欠けていることはご容赦いただきたい）。

元々の写本等では二百数十夜でタイトルも「千夜」だったようだが、それがやがてタイトルを含めて「千一夜」になっていったとのことである。また、結末についても、いろいろなバージョンがある。また、なぜ「1001」なのかについても、諸説ある。毎日一夜ずつ読んでも約3年もかかるという、長大な物語であることを強調したかったとか、そもそも「1001」が「多数」を意味しているからとか、「1000」ではないのは偶数が嫌われたから、とか言われている。

因みに、「千夜一夜物語」からの代表的な物語としては「シンドバッドの冒険」、「アラジンと魔法のランプ」、「アリババと40人の盗賊」等が挙げられる。

シェヘラザード数

この「千夜一夜物語」のヒロインであるシェヘラザードから「シェヘラザード数」と呼ばれるものがある。米国の建築家・未来学者として知られるリチャード・バックミンスター・フラワーが、その1975年の著書『シナジェティクス』の中で、1001を含む一連の数を「シェヘラザード数」と呼んだことに由来している。

この「1001」は特別な性格を有した数字となっており、3桁の数を2つ重ねて、それを1001で割ると、その元の3桁の数字になる。これを「シェヘラザードの法則」と呼ぶ人もいる。具体的には、以下の通りである。

3桁の数字「634」に対して、それを2つ重ねた「634634」を考える。この数値を1001で割ると「634」になる。

これは、考えてみれば明らかなことで、逆にそもそもある3桁の数に1001を掛けるということは、その数字を2つ並べることに等しいことから、何ということはない事実であり、法則と言うほどのものでもないと思われるかもしれない。

千夜一夜物語の影響を受けた作品

「千夜一夜物語」は、多くの文化に影響を与えてきているが、そのうちのいくつかを挙げると、以下の通りとなっている。

クラシック音楽の世界においては、ロシアの作曲家であるリムスキー＝コルサコフの交響組曲「シェヘラザード」が最も有名で、この作品は4つの楽章（Ⅰ. 海とシンドバッドの船、Ⅱ. カレンダー王子の物語、Ⅲ. 若い王子と若い王女、Ⅳ. バグダッドのお祭り）で構成されている。

「アラビアンナイト」や「アラジン（の冒険、と魔法のランプ等）」等の数多くの映画、アニメやミュージカル等も製作されてきている。

1001=7×11×13 を利用した整除判定法

「1001」は $7 \times 11 \times 13$ という形で素因数分解される。即ち、7と11と13を約数としている。これを利用して、ある数字が7や11や13で割り切れるどうかの判定（整除判定）を行うことができる。

例えば、「304114356」という数字を考える。この数字が7や11や13で割り切れるどうかを判定するのに、もちろん電卓を使えば直ぐに判定できるが、手で計算するのはかなり大変なものとなる。ところが、この数字が7や11や13で割り切れるどうかの判定を、以下のプロセスにより、比較的簡単に行うことができる。

- ① 数字を右端から3桁ごとに区切る。上記の例では「304」、「114」、「356」
- ② その中の奇数番目のグループと偶数番目のグループをそれぞれ足し合わせる。
奇数番目「 $304 + 356 = 660$ 」、偶数番目「114」
- ③ 奇数番目のグループの和から偶数番目のグループの和を差し引く。
 $660 - 114 = 546$
- ④ ③の数値が7や11や13で割り切れるどうか、元の数値が7や11や13で割り切れるどうか

の判定と等しくなる。 $546 \div 7 = 78$ 、 $546 \div 11 = 49.63\cdots$ 、 $546 \div 13 = 42$ であるから、元の数は 7 と 13 では割り切れるが、11 では割り切れないことになる。

これも、 $10^3 + 1 = 1001$ 、 $10^6 - 1 = 999999$ が共に 1001、したがって 7 と 11 と 13 を約数として有している中で、

$$10^{3(2n-1)} + 1 = (10^3 + 1) (10^{3(2n-1)-3} - 10^{3(2n-2)-3} + \cdots - 1)$$

$$10^{3 \cdot 2n} - 1 = (10^6 - 1) (10^{6(n-1)} + 10^{6(n-2)} + \cdots + 1)$$

となっている、即ち、 $\text{mod } a$ (数値 a を序数で割った時の剰余を示す) を使えば、

$$10^{3(2n-1)} = -1 \pmod{1001} \pmod{7 \ \& \ 11 \ \& \ 13} \quad \text{偶数番目のグループに対応}$$

$$10^{3 \cdot 2n} = 1 \pmod{1001} \pmod{7 \ \& \ 11 \ \& \ 13} \quad \text{奇数番目のグループに対応}$$

であることから、上記の整除判定法が正しいことがわかる。

「 ${}_{14}C_4 = 1001$ 」 NBA のドラフト抽選等

14 個の異なるものから 4 個を選ぶ組み合わせの数 (例えば、トランプの A (エース) から 10、ジャック、クイーン、キング及びジョーカーの 14 枚のカードから 4 枚選ぶ組み合わせの数) は ${}_{14}C_4$ でこれは「1001」となる。

この組み合わせの数が実際に使用されている例として、以下が挙げられる。

NBA (全米バスケットボール協会) のドラフト抽選 (NBA draft lottery) は、前年にプレーオフに進出できなかったチームが抽選プロセスに参加して、NBA ドラフトのドラフト順位を決定するイベントである。現在の NBA は 30 チームで構成されており、そのうちの 16 チームがリーグチャンピオンを決定するために開催される勝ち抜きトーナメントであるプレーオフに進出する形になっている。従って、残りの 14 チームがドラフト抽選の対象になっている。

このイベントにおいては、14 個のボールから 4 個のボールを選択することで 1,001 通りの組み合わせの抽選を使用し、11、12、13、14 の組み合わせを無視して 1,000 通りの結果を生成している。

14 のチームは成績の悪い順にシードされ、各チームに対して、1000 通りの組み合わせのうちの一定数がシード順に応じて割り当てられる。具体的には、上位 3 シードのチームには 140 の組み合わせ、第 4 シードには 125、第 5 シードには 105、第 6 シードには 90、第 7 シードには 68、第 8 シードには 67、第 9 シードには 45、第 10 シードには 30、第 11 シードには 18、第 12 シードには 17、第 13 シードには 10、そして、最後の第 14 シードには 5 の組み合わせ、が割り当てられる¹。

抽選によって当該の組み合わせが割り当てられたチームが指名権を獲得することになる。

数学における数字としての「1001」

「1001」が、数学の場面で現れてくる例としては、以下のものが挙げられる。

- ・先に述べたように、1001 は 7 と 11 と 13 の 3 つの素数の積となっているが、このような数を「ス

¹ なお、各シードに割り当てられる組み合わせの数については、シードされるチームの数自体も過去から変化 (増加) してきている中で、その時々状況に応じて、決定されてきているようだ。

フェニク数 (楔数) (Sphenic number)」と呼んでいる。全てのスフェニク数はちょうど 8 個の約数を有している。

- 1001 は、「回文数 (Palindromic number)」と呼ばれる、逆から数字を並べても同じ数になる数、となっている。そのべき乗も 4 乗までは回文数となっているが、5 乗になると桁上りが発生するため、回文数とならない。具体的には、以下の通りである。

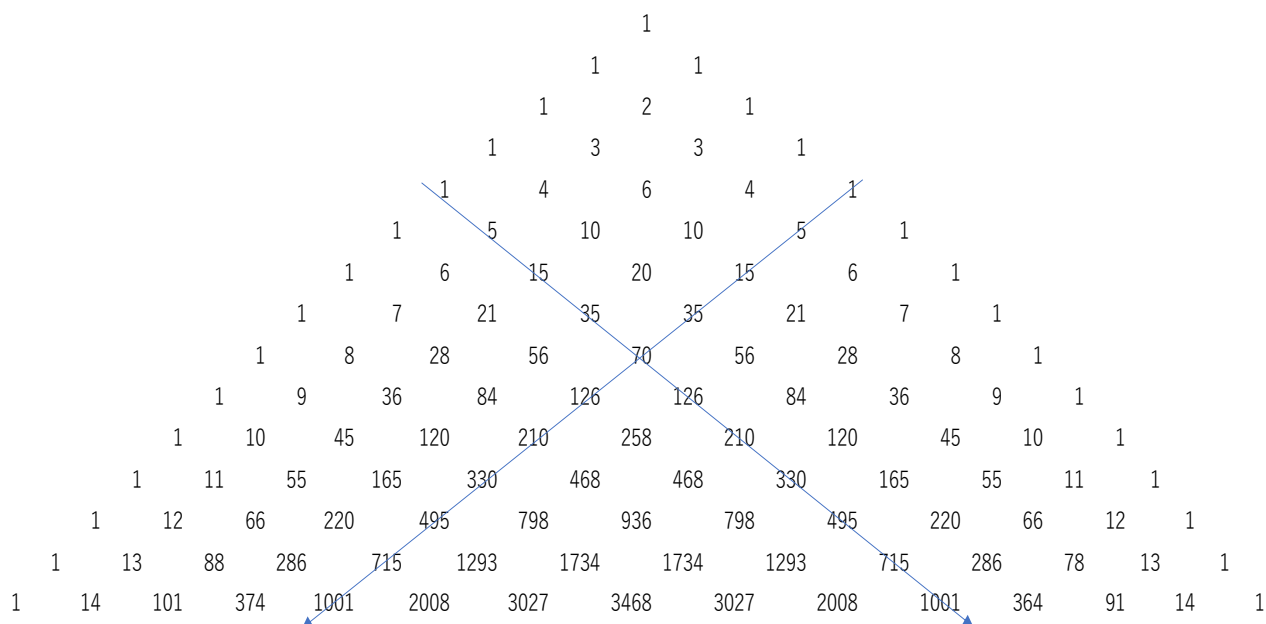
$$1001^4=1004006004001$$

$$1001^5=1005010010005001$$

- 1001 は、「五胞体数」あるいは「ペンタトープ数 (Pentatope number)」と呼ばれる、パスカルの三角形²の 5 段目の左上から右下または右上から左下の数列、の 1 つである (下記の (参考) 参照)。これは、(パスカルの三角形の 4 段目の左上から右下または右上から左下の数列となっている) 三角錐数を 1 から小さい順に加えた数となっている。n 番目のペンタトープ数は、 $n+3C_4$ で表される。具体的には、以下のような数列になっている (先に述べたように、11 番目が 1101 になっている)。

1、5、15、35、70、126、210、330、495、715、1001、1365 ……

(参考) パスカルの三角形



最後に

今回は数字の「1001」について、それが現れてくる例やその理由等について、紹介してきた。

数字の「1001」については、「千夜一夜物語」で有名だが、いくつかの書籍や映画のタイトル等でも「1001」というタイトルが使用されていたりする。ただし、「1001」という数字が使用される場合、基本的には文字通りの数値を表しているのではなくて、(1000 を超えるような) 非常に大きな数字を

² 「パスカルの三角形」については、これまでも、研究員の眼「[図形数について \(その2\) -3次元立体図形に関する図形数、ウェアリングの問題等-](#)」(2022.12.28)や研究員の眼「[フィボナッチ数列について \(その3\) -フィボナッチ数列はどこで使用され、どんな場面に現れてくるのか \(自然界以外\) -](#)」(2021.3.26)等で紹介してきた。

示すために使用されているケースが殆どである。

1000を超えるような特定の数字でも、数字としての特殊性から、注目されるケースもある。これらについては、今後の研究員の眼で紹介していきたいと思っている。それ以外のケースにおいては、1000を超えるような数字が一般の人々にとって意味を有するのは、具体的な事象等と結びついたようなケースに限定されているものと思われる。