

# 研究員 の眼

## 数学記号の由来について(9) — 数学定数(e、 $\pi$ 、 $\phi$ 、i) —

保険研究部 研究理事 中村 亮一  
TEL: (03)3512-1777 E-mail: nryoichi@nli-research.co.jp

### はじめに

何回かに分けて、これまで慣れ親しんできた数学で使用されている記号の由来について、報告している<sup>1</sup>。

[第1回目](#)は、四則演算の記号(+、-、 $\times$ 、 $\div$ )の由来について、[第2回目](#)は、数字の関係を表す記号(=、 $\neq$ 、 $<$ 、 $>$ 等)について、[第3回目](#)は、集合論で使用される記号( $\cap$ 、 $\cup$ 、 $\subset$ 、 $\supset$ 等)について、[第4回目](#)は、論理記号( $\forall$ 、 $\exists$ 、 $\therefore$ 、 $\because$ 等)、[第5回](#)は、べき乗( $a^n$ )、平行根( $\sqrt{\quad}$ )等、[第6回](#)は、無限大( $\infty$ )、比例( $\propto$ )、相似( $\sim$ )等、[第7回](#)は、三角関数(sin、cos、tan等)、[第8回](#)は「数」の記号について報告した。

今回は、数学定数についてということで、e(ネイピア数)、 $\pi$ (円周率)、黄金比 $\phi$ 、虚数単位iについて報告する。「**数学定数**」というのは、e(ネイピア数)、 $\pi$ (円周率)、黄金比 $\phi$ 、虚数単位i等のように、固定され、矛盾なく定義された定数のことを言い、数学の算式上に現われる定数a,b,c等とは異なるものであることを明確にするためにも「数学定数」と呼ばれている。

なお、e(ネイピア数)、 $\pi$ (円周率)、黄金比 $\phi$ に関する話題については、既に過去の研究員の眼で、それぞれ以下の通り何回かに分けて報告している。また、虚数iについても前回の研究員の眼「[数学記号の由来について\(8\) — 「数」を表す記号 —](#)」(2021.10.29)の中で報告している。従って、そちらも参考にさせていただくこととして、今回はあくまでも記号の由来についてのみ述べることとする。

[「ネイピア数 e について — ネイピア数とは何か、ネイピア数はどんな意味を有しているのか —](#)  
(2018.5.1)

[「ネイピア数 e について \(2\) — ネイピア数は身近な数学的な問題の中でどのように現われてくるのか —](#)」(2018.5.8)

[「ネイピア数 e について \(3\) — 実際の社会における自然現象等の表現において、どのように現れ](#)

<sup>1</sup> 主として、以下の文献を参考にした。

Florian Cajori 「A History of Mathematical Notations」(1928、1929)の冊子の再発行版(2012)(Dover Publications, Inc)

[てくるのかー」](#) (2018.5.22)

[「円周率 \$\pi\$ が現われる世界ービュフォンの針の問題ー」](#) (2017.10.30)

[「円周率 \$\pi\$ が現われる世界 \(2\)ー互いに素となる確率ー」](#) (2017.11.6)

[「円周率 \$\pi\$ が現われる世界 \(3\)ー \$\pi\$ が角度 \$180^\circ\$ ってどういう意味ー」](#) (2017.11.13)

[「円周率 \$\pi\$ が現われる世界 \(4\)ー3月14日は円周率\( \$\pi\$ \)の日ー」](#) (2017.11.20)

[「黄金比 \$\phi\$ について \(その1\)ー黄金比とはどのようなものなのかー」](#) (2020.11.10)

[「黄金比 \$\phi\$ について \(その2\)ー黄金比はどこで使用され、どんな場面で現れているのかー」](#)  
(2020.11.20)

## 「e」(ネイピア数)の由来

「ネイピア数 (Napier's constant)」は、通常「e」という記号で表される、次の定数である。

$$e = 2.71828182845904523536.....$$

これは、無理数であり、「超越数<sup>2</sup>」と呼ばれているものである。

「ネイピア数」と呼ばれる理由については、現在ネイピア数と呼ばれているものについて、最も古くに研究を行ったジョン・ネイピア (John Napier : 1550~1617)<sup>3</sup>に由来している。ただし、ジョン・ネイピア自体は、現在良く知られているようなネイピア数を示していたわけではなく、欧米ではむしろ、レオンハルト・オイラー (Leonhard Euler : 1707~1783)に因んで、「オイラー数 (Euler Number)」と呼ばれることもある<sup>4</sup>。

米国の数学者であり、数学史家のフロリアン・カジョリ (Florian Cajori)によれば、この定数に初めて定数記号を割り当てたのはドイツの数学者ゴットフリート・ライプニッツ (Gottfried Leibniz)で、1690年と1691年にオランダの数学者クリスティアーン・ホイヘンス (Christiaan Huygens)に宛てた手紙の中で、「b」という文字を使用した。その後、オイラーが1727年から1728年に書いた写本で、「e」という文字を使用した。

オイラーが「e」を使用した理由についての一般的なコンセンサスはないようで、Euler自身は非常に控えめな人間だったので、

「①自らの名前 {Euler} の頭文字の「e」を採用したという説」

はあまり受け入れられていないようである。むしろ、以前の研究員の眼で説明したような定義から

「②「指数 (exponential)」に由来しているとの説」や

「③文字の a、b、c、d が既に数学の他の場所で頻繁に使用されていたため、アルファベットの最初の「未使用」文字として選択されたという説」

<sup>2</sup> 「超越数 (transcendental number)」とは、有理数を係数にもつかない代数方程式の解とはなりえない数 (すなわち、どんな有理数  $a_0, a_1, \dots, a_n$  を係数とする  $n$  次の代数方程式  $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$  の解にもならないような数) のことである。有理数は一次方程式の解であるから、超越的な実数はすべて無理数になるが、無理数  $\sqrt{2}$  は  $x^2 - 2 = 0$  の解であるから、逆は成り立たない。複素数 (実数を含む) の中で、超越数でないものを「代数的数 (algebraic number)」というが、代数的数は可算個しかなく、この意味で、複素数の大部分は超越数である。

<sup>3</sup> ジョン・ネイピアは、スコットランドのバロンで、数学者、物理学者、天文学者、占星術師としても知られていた。「対数」の発見者とも言われている。

<sup>4</sup> 「オイラーの定数 (Euler's constant)」あるいは「オイラー・マスケローニ定数 (Euler-Mascheroni constant)」と一般的に呼ばれるものは、「 $\gamma$  (ガンマ)」で表される約 0.5772156649 となる数である。

「④e が a に続く母音であったことが関係していたという説」があるようである。さらには、

「⑤「ein (ドイツ語の「1つ」の意味)」や「Einheit (ドイツ語の「単位」の意味)」の頭文字由来しているとの説」もあるようである。

いずれにしても、その後多くの数学者がこの「e」を使用することで、オイラーによって使用された他の多くの記号と同様に、普遍的に受け入れられて広く定着していったようである。

## 「π」(円周率)の由来

「π」は「円周率」を表しているが、これはギリシア語で周囲を表す「περίμετρος (= perimeter)」に由来している。

直径に対する円周の比率を表すために「π」を使用したのは、英国の数学者であるウィリアム・ジョーンズ (William Jones) で 1706 年に「Synopsis palmariorum matheseos」においてだったとされている。それ以前は 2 つの値の比として示されていた。例えば、これまで何度か出てきた英国の数学者ウィリアム・オートレット (William Oughtred) は、1652 年において、 $\pi/\delta$  (π は円周のギリシア語の頭文字、δ は直径 (diameter) のギリシア語の頭文字) を使用していた。また、「ド・モアブルの定理」で有名なフランス生まれの英国の数学者アブラム・ド・モアブル (Abraham de Moivre) は、円周率を「c/d」(円周 (circle 又は circumference) / 直径 (diameter) あるいは「c/r」(radius) で表していたようである。

オイラーは一時「p」を使用したこともあったようだが、1737 年に「π」を使用し、その後も「π」を使用するようになった。ヨハン・ベルヌーイ (Johann Bernoulli) が「e」を使用したりもしたが、「π」の使用が幅広く普及していったようである。

因みに、「π」の意味を日本語では「円周率」という比較的簡単な言葉で表現することができるが、これに対応する英語としては「the ratio of a circle's circumference to its diameter」というかなり長い言葉になってしまう。そのため、π の計算において貢献があった人物の名前から、「アルキメデス数」(Archimedes' constant) として呼ばれる。古代ギリシアの数学者アルキメデスは、幾何学的手法を用いて、円周率が小数点以下 2 位までの 3.14 の範囲にあることを示している。また、ドイツ語では円周率のことを「Kreiszahl」というが、一方で「ルドルフ数」(ドイツ語で Ludolphsche Zahl) とも呼ばれている。ルドルフ・ファン・コーレン (Ludolph van Ceulen) はドイツ生まれのオランダの数学者で、「π」を 35 桁目まで求めている。

## 「φ」(黄金数)の由来

「φ (ファイ)」は「黄金数 (golden number)」を表しており、具体的には  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  という数字のことをいう。この定数については、古代ギリシアの彫刻家ペイディアス (又はフェイディアス、英語で Pheidias、ギリシア語で Φειδίας) が初めて使ったと言われており、黄金数の記号「φ」は彼の頭文字に由来している。ペイディアスは、ギリシアのパルテノン神殿を建築した人物として有名で、実際にパルテノン神殿の中で黄金比が使用されていたようだ。

ただし、この記号が使われ始めたのは 20 世紀に入ってからであり、先のフロリアン・カジョリ (Florian Cajori) によれば、米国の数学者マーク・バー (Mark Barr) 等は、①自らの彫刻で黄金比を頻繁に使用していたとされる Pheidias の名前の最初の文字であること、② $\pi$ と絶えず取り組んでいる人々に馴染みのある音がしていること、から「 $\phi$ 」を提案し、採用したとされている。

なお、 $\phi$ ではなくて、「 $\tau$  (タウ)」を用いる場合もあるが、「 $\tau$ 」はギリシア語の「分割 (section)」に由来している。英国の数学者ハロルド・スコット・マクドナルド・コクセター (Harold Scott MacDonald Coxeter) が 1920 年代から 30 年代に彼の論文で、さらに 1948 年の「Regular Polytopes」で使用している。

黄金比は、この黄金数を用いて、

$$1 : \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

と表される。

「黄金比」や「黄金数」の概念自体は、古代ギリシアの時代から存在しているが、この定数を記号で表すようになったのは、最近になってからということになる。

黄金数は、二次方程式  $x^2 - x - 1 = 0$  の正の解であり、これが意味していることは、幾何的には、 $a : b$  が黄金比ならば、

$$a : b = b : (a + b)$$

という等式が成り立つことから、縦横比が黄金比の矩形から最大正方形を切り落とした残りの矩形は、やはり黄金比の矩形となり、もとの矩形の相似になるという性質があることになる。

## 「i」(虚数単位)の由来

「i」は虚数単位とよばれるもので、二乗すると  $-1$  になる数を表している。則ち「 $i = \sqrt{-1}$ 」あるいは「 $i^2 = -1$ 」となる。この「i」という文字が最初に使用されたのは、フロリアン・カジョリ (Florian Cajori) によれば、レオンハルト・オイラー (Leonhard Euler) による、1777 年に提示され、1794 年に公表された論文においてであったようだ。

フランスの著名な哲学者・数学者であるルネ・デカルト (René Descartes) がその著書において、フランス語で「nombre imaginaire」(想像上の数) と名付けたことで、これが英語の「imaginary number」(虚数) の語源になった。

## 最後に

今回は、 $e$  (ネイピア数)、 $\pi$  (円周率)、 $\phi$  (黄金数) 及び  $i$  (虚数単位) といった数学定数の記号の由来等について報告してきた。

日常何気なく使用している数学定数の記号であるが、その由来は、必ずしも明確でない部分もあるが、基本的にはそれらを表す用語やそれらを最初に使用した人の名の頭文字等に由来しているケースが多いようである。ただし、これらの記号についても、当初から明確に定められてきたというよりも、多くの人が使用することで定着してきた歴史を有しているようである。