

研究員 の眼

もう1つも同じである確率 再び やはり追加情報は、確率に影響するのか？

保険研究部 主席研究員 篠原 拓也
(03)3512-1823 tshino@nli-research.co.jp

以前に、「[もう1つも同じである確率—追加情報は、確率にどう影響するか?](#)」というコラムで、情報の違いや追加情報が確率に与える影響についてみていった。そこでは、つぎの問題を取り上げた。

(2人のこどもの問題) [前回の問題]

ある家庭に、2人のこどもがいます。そのうちの1人が、男の子だとわかりました。
このとき、もう1人も、男の子である確率は、いくらでしょうか。
ただし、男の子と、女の子の生まれる確率は同じとします。

この問題は、慌てていると、次のように答えてしまいがちだ。「2人のこどものうち、1人が男の子だろうが、女の子だろうが、もう1人の性別に、関係はないはずだ。問題文の1行目は、単に、回答者を混乱させようとして、無意味な条件をつけているのに違いない。男の子と、女の子の生れる確率は同じだというのだから、もう1人が男の子である確率は、2分の1だ。」

しかし、少し冷静になると、次のように正しい答えが見えてくる。「2人のこどもがいる、というのだから、その性別のパターンは、『兄弟』『兄妹』『姉弟』『姉妹』の4つしかない。男の子と、女の子の生まれる確率は同じ、としているから、これらのパターンは均等に現れるはずだ。2人のうち、1人が男の子だとわかったのだから、『姉妹』ということはある得ない。残る3つのパターンのうち、もう1人も男の子となるのは、『兄弟』だけだ。従って、もう1人も男の子である確率は、3分の1。」

実は、この問題には、1人が男の子とわかったときに、もう1人も男の子である確率、という言い回しに、巧妙な仕掛けがある。性別が男とわかった1人目が、上の子か、下の子かを、敢えて明らかにしないことによって、『兄弟』『兄妹』『姉弟』の3つのパターンの可能性を残している。例えば、問題文を、上の子が男の子とわかったときに、下の子も男の子である確率、を問うものにすれば、『兄弟』『兄妹』のいずれかとなり、答えは2分の1になる。こう見ると、確率の問題というより、文章の読解力を問う、国語の問題のようでもある。

今回は、この問題の応用を考えてみたい。応用といっても、さして難しいことはない。条件が1つ加わるだけだ。

(2人のこどもの問題 (何曜日生まれかがわかった場合))

ある家庭に、2人のこどもがいます。そのうちの1人が、火曜日生まれの男の子だとわかりました。このとき、もう1人も、男の子である確率は、いくらでしょうか。ただし、男の子と女の子の生まれる確率、こどもが各曜日に生まれる確率はそれぞれ同じとします。

この問題は、慌てていると、次のように答えてしまうだろう。「2人のこどものうち、1人が男の子だったとして、その男の子が何曜日に生まれたとしても、そんなことが、もう1人の性別に影響するはずがない。前回の問題では、1人が男の子だったとわかったときに、もう1人も男の子である確率は3分の1だったのだから、この問題でも3分の1だ。」

しかし、地道に考えていくと、次のようになる。

まず、2人とも男で、兄が月曜日、弟が火曜日生まれの場合を、(兄月・弟火)と表すことにする。この場合、弟が火曜日生まれの男の子なので、問題の条件を満たしている。他にも(兄日・弟火)や(兄火・妹土)は、火曜日生まれの男の子を含んでいるので、問題の条件を満たしている。しかし、(兄水・弟土)や(姉火・弟日)は、2人とも火曜日生まれの男の子ではないので、問題の条件を満たしていない。

それでは、問題の条件を満たす場合は、どれだけあるだろうか。実際に、書き並べてみよう。

(兄火・弟日) (兄火・弟月) (兄火・弟火) (兄火・弟水) (兄火・弟木) (兄火・弟金) (兄火・弟土)
(兄日・弟火) (兄月・弟火) (兄水・弟火) (兄木・弟火) (兄金・弟火) (兄土・弟火)
(兄火・妹日) (兄火・妹月) (兄火・妹火) (兄火・妹水) (兄火・妹木) (兄火・妹金) (兄火・妹土)
(姉日・弟火) (姉月・弟火) (姉火・弟火) (姉水・弟火) (姉木・弟火) (姉金・弟火) (姉土・弟火)

このように、全部で27通りの場合がある。それぞれの場合は、同じ確率で発生する。要注意点は、上記で空白部分の(兄火・弟火)を、重複してカウントしないようにすることだ。

さてこのうち、2人とも男の子である場合は、1行目と2行目に並べた13通り。つまり、もう1人も男の子である確率は、27分の13 (約48%)となり、これが正しい答えだ。この確率は、3分の1よりもだいぶ大きくなって、むしろ2分の1に近い。

この様子を図を使って理解してみよう。きょうだいの第1子を縦軸、第2子を横軸として、性別と何曜日生まれかを図示すると、196個のセルのどれかとなる。各セルが発生する確率は、全部同じだ。

この図を使って、前回と今回の問題を考えてみよう。

前回の問題では、青い太枠部分内のセル(147個)のうち、赤い太枠部分内のセル(49個)の比率が問われている。したがって、もう1人も男の子である確率は、3分の1であった。

今回の問題では、青色または赤色に色塗りしたセル(27個)のうち、赤色のセル(13個)の比率を問うものといえる。このため、もう1人も男の子である確率は、27分の13ということになる。

| | | 第2子 | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|---|---|---|---|---|---|-----|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 男の子 | | | | | | | 女の子 | | | | | | | |
| | | 日 | 月 | 火 | 水 | 木 | 金 | 土 | 日 | 月 | 火 | 水 | 木 | 金 | 土 | |
| 第1子 | 男の子 | 日 | | | 赤 | | | | | | | | | | | |
| | | 月 | | | 赤 | | | | | | | | | | | |
| | | 火 | 赤 | 赤 | 赤 | 赤 | 赤 | 赤 | 赤 | 青 | 青 | 青 | 青 | 青 | 青 | 青 |
| | | 水 | | | 赤 | | | | | | | | | | | |
| | | 木 | | | 赤 | | | | | | | | | | | |
| | | 金 | | | 赤 | | | | | | | | | | | |
| | | 土 | | | 赤 | | | | | | | | | | | |
| 第1子 | 女の子 | 日 | | | 青 | | | | | | | | | | | |
| | | 月 | | | 青 | | | | | | | | | | | |
| | | 火 | | | 青 | | | | | | | | | | | |
| | | 水 | | | 青 | | | | | | | | | | | |
| | | 木 | | | 青 | | | | | | | | | | | |
| | | 金 | | | 青 | | | | | | | | | | | |
| | | 土 | | | 青 | | | | | | | | | | | |

さらに問題が「1人が火曜日の午前生まれの男の子だとわかったときに、もう1人も男の子である確率」を問うものだったとしたら、その確率は、55分の27(約49%)と、2分の1にかなり近い結果となる。(こどもが午前と午後に生まれる確率は同じとする。)

では、どういう仕組みで、このようなことになるのだろうか。実は、男の子だとわかった1人に何らかの条件が付けば付くほど、2人ともその条件を満たすことはレアケースとなり、もう1人も男の子である確率は、その、もう1人のみで考えた場合の確率、つまり2分の1に近づくのである。

このことを実感するために、男の子だとわかった1人に、ものすごく厳しい条件を付けてみよう。たとえば、「1人は男の子で、大人になったら宇宙飛行士になった」と条件を付けてみる。

宇宙飛行士になることは非常にレアなケースであるため、この条件を満たす人は、かなり限定されるだろう。このため、きょうだいとも、この条件を満たす場合はほとんどないと考えられる。すると、問題は、たんに「2人きょうだいの、ある男性宇宙飛行士について、そのきょうだいも男である確率」(=2分の1)を問うものと同様となり、2分の1に極めて近い値となるわけだ。

このように、確率は、一見、無関係なように見える情報によっても、変化することがある。

いま、世の中は、デジタル革命の真っ只中といわれる。ビジネスでは、ビッグデータをもとに、経営者がさまざまな経営判断をするようになってきている。どの情報をとるべきか、捨てるべきか。判断に用いる確率の評価には、情報の取捨選択のセンスが問われるものと思われるが、いかがだろうか。