研究員の眼

最大のメルセンヌ素数が2年ぶりに更新されました
―50個目の完全数及びメルセンヌ素数の発見―

取締役　保険研究部　研究理事
年金総合リサーチセンター長　中村　亮一
TEL:　(03)3512-1777　E-mail : nryoichi@nli-research.co.jp

はじめに

完全数とその魅力については、約1年前の研究員の眼「完全数とその魅力についてー「博士の愛した数式」を観て、改めて数字の持つ奥深さに魅せられましたー」（2017.2.13）で紹介した。その時点では、49個の完全数及びメルセンヌ素数があると述べたが、2017年12月26日に50個目の完全数及びメルセンヌ素数が発見されていたことが、2018年1月3日に、新たなメルセンヌ素数を探索するプロジェクトサイトであるGIMPS（Great Internet Mersenne Prime Search）において、公表された。これはこれまでに特定された最大のメルセンヌ素数[1]ということになる。

今回は、その内容を紹介したい[2]。

完全数及びメルセンヌ素数とは

完全数及びメルセンヌ素数の詳しい内容については、先の研究員の眼を参照していただくことにして、ここでは簡単に説明しておく。

「完全数（Perfect number）」とは、「その数字自身を除く約数の和がその数字自身に等しい自然数」のことをいう。例えば、6の約数は、1、2、3、6の4つで、6以外の約数の和が、1+2+3=6となるので、6は完全数である。28も完全数で、1+2+4+7+14=28　となっている。

「メルセンヌ数（Mersenne number）」とは、2^n-1という形の数であり、素数のメルセンヌ数を「メルセンヌ素数」という。

完全数については、「偶数の完全数は、全て$2^{n-1}\times(2^n-1)$の形」であり、逆に「偶数の完全数

---

1 GIMPSの公表資料では、今回の最大のメルセンヌ素数について、「the largest known prime number（最大の既知の素数）」と表現されている。素数は無限に存在しており、「それまで既知の素数を全て掛け合わせた数字から1をマイナスしたもの」が新たな素数になることから、理論上は無限に大きな素数を作り上げることができる。

2 以下の記述は、「メルセンヌ素数」に関するWebサイト及びGIMPS（Great Internet Mersenne Prime Search）のWebサイトからの情報等に基づいている。
Mersenne Primes:History, Theorems and Lists　http://primes.utm.edu/mersenne/index.html
http://www.mersenne.org/

は 2^n-1 が素数であるような正の整数 n を用いて、$2^{n-1}\times(2^n-1)$ という形で表される」ことがわかっており、「メルセンヌ素数と偶数の完全数は１対１に対応している」ことが知られている。

また、現時点で確認されている完全数は限られており、2016 年１月に 49 個目が発見されていた。今回発見されたものは、それに続く 50 個目となっている。

新たなメルセンヌ素数

新たなメルセンヌ素数は、「$2^{77232917}-1$」で、「M77232917」と呼ばれている。

この「M77232917」は、2324 万 9425 桁の数字で、これまで最大だった 49 個目のメルセンヌ素数「M74207281(=$2^{74207281}-1$)」の 2233 万 8618 桁と比べて、約 100 万桁大きくなっている。

2324 万 9425 桁という数字の大きさについては、総数 9000 ページに及ぶ本の棚を埋めるのに十分な大きさであるとしている。さらには、毎秒 5 桁を 1 インチに書き込んだら 54 日後には、前の最大（メルセンヌ）素数よりも約 3 マイル（5km）長い、73 マイル（118km）になる、としている。

なお、これが素数であることの証明は、Intel i5-6600 プロセッサを搭載した PC による 6 日間ノンストップの計算で行われた。4 つの異なるハードウェア構成の上で 4 つの異なるプログラムを使い、独立した検証が行われた。

発見者の Jonathan Pace 氏は、テネシー州 Germantown 在住の 51 歳の電気技師で、これまで 14 年にわたって GIMPS プロジェクトに協力してきた。今回の発見で、Pace 氏には GIMPS から賞金として 3000 ドルが贈られる。3000 ドルという賞金は、費やされた時間と労力に十分見合った金額とはいえないように思われるが、50 個目のメルセンヌ素数の発見者として、その歴史に名前が刻まれるという名誉がより重要なことであろう。

なお、GIMPS の次の大きな目標は、1 億桁を有する素数の発見で、15 万ドルの賞金がかけられるとのことである。

今回の発見は、世界のコンピュータユーザーが、インターネットを通じてコンピュータの計算力等を提供することで、達成されている。今後も、こうした地道な努力が進められていくことで、さらなる発見が期待されていくことになる。

今回発見された M77232917 が「史上最大の素数」というタイトルで書籍化

因みに、今回の「50 個目のメルセンヌ素数の発見」に関しては、虹色社（なないろしゃ）が「2017 年史上最大の素数」というタイトルで書籍化している。2324 万 9425 桁の数字が 719 ページにびっしりと記載されているだけの本であるが、これが結構人気化して売れているとのことである。

完全数を巡る未解決問題等

さて、以前の研究員の眼で触れたように、完全数については、いまだ解明されていない点も多い。

例えば、「完全数が無数に存在するのか、有限なのか」、「奇数の完全数は存在するのか」、「１の位が 6 か 8 以外の完全数は存在するのか」といった問題は未解決のままである。

さらには、コンピュータによって、今回 50 個目のメルセンヌ素数が発見されたと述べたが、これ

が 50 番目に小さなメルセンヌ素数であるとは限らない。2016 年 9 月に、現在の 45 番目までのメルセンヌ素数より小さいものは存在しないことが確認されているが、46 番目から今回の 50 個目の最大のメルセンヌ素数までの間に、新たなメルセンヌ素数が存在しないことは未だ確認されておらず、新たなメルセンヌ素数が発見されるかもしれない。その意味で、今回発見されたメルセンヌ素数は、現段階ではあくまでも「50 個目」のメルセンヌ素数であり、「50 番目」のメルセンヌ素数とは言い切れないものとなっている。

最後に

今回、関係者の多大な努力と協力により、きりとなる 50 個目のメルセンヌ素数が発見されたが、これはあくまでも 1 つのステップでしかない。例えば、量子コンピュータ等の開発でコンピュータの処理能力が向上していけば、今後さらなるメルセンヌ素数の発見が急速に進んでいくことになるのかもしれない。

あるいは、本来的には、未解決とされている問題等が理論的に証明される時がやってくるのかもしれない。こうした時代の到来をわくわくした気持ちで待ち望みたいと思っている。