

研究員 の眼

天才数学者ラマヌジャン —「奇蹟がくれた数式」を観て—

取締役 保険研究部 研究理事
年金総合リサーチセンター長 中村 亮一
TEL: (03)3512-1777 E-mail: nryoichi@nli-research.co.jp

はじめに

「ラマヌジャン」という名前を聞いて、これがインドの有名な数学者であると知っている人は、数学通か相当な物知りである。数学が好きな人にとっては、何とも言えない響きを有しているその名前は、一般の人には何の興味も呼び起こさないものだと思われる。

ラマヌジャンは、「インドの魔術師」と言われ、32歳の若さでこの世を去った夭折の天才数学者である。このラマヌジャンの短い生涯を表した映画作品である「奇蹟がくれた数式」（原題：The Man Who Knew Infinity）が、2016年10月に公開された。この原作は、1991年にロバート・カニーゲル氏によって著された「無限の天才—夭逝の数学者・ラマヌジャン」（田中靖夫氏翻訳）である。

今回は、このラマヌジャンについて、紹介したい。なお、ラマヌジャンについては、藤原正彦氏がその著書「心は孤独な数学者」（新潮社）、「天才の栄光と挫折 数学者列伝」（新潮社）（文春文庫）等で紹介しているので、詳しい内容に興味がある方はこれらの著書を参照していただきたい。

ラマヌジャンとは

シュリニヴァーサ・ラマヌジャン（Srinivasa Aiyengar Ramanujan）（1887～1920）は、南インドのタミル・ナードゥ州タンジャーヴール県クンバコナム（Kumbakonam）で生まれ育った。私自身はこの地を訪れたことはないが、世にも稀有な天才を生み出した街として、何とも言えない雰囲気を感じさせてくれる地なのではないかと推察している。できれば一度は訪れたいと思っているが、おそらくかなわぬ夢であろう。

ラマヌジャンは、母親の教育のおかげで敬虔なヒンドゥー教徒であった。カースト制度の最上級のバラモン階級の家庭に生まれたが、豊かな生活を送っていたわけではなかった。

幼い頃から、学業は優秀で、数学に強い関心を有しており、大学に入学したが、数学に没頭するあまり、あまり授業に出席せず、試験に落第して、退学を余儀なくさせられた。その後港湾事務所の事務員の職に就きながら、独自で数学の研究を行い、いくつかの数式をノートに書き留めていった。

彼は、こうした得た自らの研究成果を英国の何人かの教授に送った。その研究がケンブリッジ大学のゴッドfrey・ハロルド・ハーディ (Godfrey Harold Hardy) 教授の目に留まり、英国に招聘されることになる。当時、海外渡航をするということは、バラモンの戒律を破ることになり、カーストから追放され、友人や親戚を失い、社会的に抹殺されることにもなることを意味していたが、周囲の支援もあり、神の特別な許しも得て、ケンブリッジ入りすることになる。

ただし、肉食主義で、バラモン以外の者が料理したものを不浄として口にしないという主義を貫いていたことから、英国では満足な食事をとることができなかった。周囲との付き合いも限られ、不規則な生活を行う中、第一次世界大戦の勃発で野菜等の入手も困難になったこともあり、ついには渡英後3年ほどして、病魔に襲われてしまう。その後インドに戻るが、嫁姑の諍い等の問題も抱える中で、1920年に32歳という若さでこの世を去ることになる。

藤原正彦氏の著書によれば、「ラマヌジャンは、『我々の百倍も頭がよい』という天才ではない。『なぜそんな公式を思い付いたのか見当がつかない』という天才なのである。」ということである。さらには、「数学や自然科学における発見のほとんどすべてには、ある種の論理的必然、歴史的必然がある。だから、『十年か二十年もすれば誰かが発見する』のである。」「アインシュタインの特殊相対性理論は、アインシュタインがいなくとも、二年以内に誰かが発見しただろうと言われる。」「ところがラマヌジャンの公式群に限ると、その大半において必然性が見えない。ということはとりもなおさず、ラマヌジャンがいなかったら、それらは百年近くたった今日でも発見されていない、ということである。」と記されている。

その意味で、ラマヌジャンは、アインシュタインをも超える大天才だったということになる。

ラマヌジャンの逸話—タクシー数—

ラマヌジャンにはいくつかの逸話 (エピソード) があるが、その中でも最も有名なものは、映画「奇蹟がくれた数式」の中でも取り上げられている「タクシーのナンバープレート」に関するものである。

1918年2月頃、ラマヌジャンは療養所に入っていたが、そこにハーディが見舞いにやってくる。ハーディが、自分が乗ってきたタクシーのナンバープレート「1729」について、「何の特徴も無いつまらない番号だ。」と述べたのに対して、ラマヌジャンは「とても面白い番号です。1729は2通りの立法数の和として表される最小の数です。」と反論したとのことである。

即ち、1729は、以下のように表現できる。

$$1729 = 12^3 (12 \times 12 \times 12) + 1^3 (1 \times 1 \times 1) = 10^3 (10 \times 10 \times 10) + 9^3 (9 \times 9 \times 9)$$

1 から 1728 までの数字は、このような形で表すことはできない。このエピソードは、ラマヌジャンがいかに数に対する探究心が強かったかを示している。

(注) なお、自然数だけでなく、負の数を含む整数の立法和ということで考えれば、91が最小 (絶対値が最小) ということになる。

$$91 = 6^3 + (-5)^3 = 4^3 + 3^3$$

ラマヌジャンの功績

あまり難しい話は避けて、比較的わかりやすいものを紹介する。

映画の中では「分割数」と呼ばれる問題が描かれている。「分割数 (partition function)」 $p(n)$ とは、自然数 n の分割 (n をその順番の違いを除いて自然数の和として表す方法) の総数を表す関数である。例えば、4 は、 $4=1+1+1+1=1+1+2=1+3=2+2$ のように 5 通りに表すことができるので、 $p(4)=5$ となる。

この分割数について、ラマヌジャンとハーディはその漸近式として、

$$p(n) \sim \frac{1}{4n\sqrt{3}} e^{\pi\sqrt{\frac{2n}{3}}} \text{ as } n \rightarrow \infty.$$

となることを発見している。さらには、ラマヌジャンは、以下を発見している。

$$p(5n+4) \equiv 0 \pmod{5} \quad \text{即ち、} p(5n+4) \text{ は } 5 \text{ の倍数になる}$$

$$p(7n+5) \equiv 0 \pmod{7} \quad \text{即ち、} p(7n+5) \text{ は } 7 \text{ の倍数になる}$$

$$p(11n+6) \equiv 0 \pmod{11} \quad \text{即ち、} p(11n+6) \text{ は } 11 \text{ の倍数になる}$$

分割数は、数学や物理学の研究で応用されている。

さらに、ラマヌジャンは、モジュラー関数と呼ばれる考えをもとに、次の円周率の公式を発見している。

$$\frac{4}{\pi} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (4n)! (1123 + 21460n)}{882^{2n+1} (4^n n!)^4}$$

なお、木村俊一氏 (広島大学大学院研究科教授) によれば、「ラマヌジャンが発見した擬テータ関数はブラックホールの研究に登場し、整数論的な起源を持つタウ関数についての予想は、ラマヌジャングラフとして回線の切断に強いインターネット網の研究につながる。」「深い水脈を通して、ラマヌジャンの研究は今ようやく理解され、役立ち始めているのである。」(「奇蹟がくれた数式」公式サイトより) とのことである。

まとめ

数学者をモデルとする映画や文学作品はこれまでもいくつか見られる。[以前の研究員の眼](#)で取り上げた「博士の愛した数式」も、実在の数学者を対象としたものではないが、主人公は数学者で、映画の中でいろいろと数学の話題が出てくることについて触れた。

数学者が大成するためには、これまでに誰も考えたことのないような発想で困難な問題を解決していくことが求められる。その過程では、周囲の人には必ずしも十分に理解されない状況も経験することもあり、そうしたエピソードがこうした映画や文学作品の中で描かれていたりする。

こうした事実に触れることは、世俗的な業務に追われて、今ひとつ純粹さを失いつつある日常生活の中で、ある意味において新たな感動を呼び起こされてくれる。

なお、映画「奇蹟がくれた数式」については、数学に興味の無い方でも、文化・歴史・宗教等の様々な違いを背景にしたエピソードが描かれていることから、いろいろと感じさせてくれるものが多いのではないか、と思われる。

現在、この映画を上演している映画館は極めて限定されている。今後もどの程度の上演機会があるのかはわからないが、興味がある方は、3月下旬にDVD等もリリースされるようなので、そちらをご覧くださいいただければと思っている。