CDS価格情報を用いた信用力指標の 算出可能性について*



金融研究部門 研究員 高岡和佳子、研究員 大山篤之

takaoka@nli-research.co.jp atsuyuki@nli-research.co.jp

[要旨]

- 1 企業のデフォルト事由を取引対象とするCDS(クレジット・デフォルト・スワップ)の取引量は 拡大しつつあり、またその認知度も高まりつつある。取引対象が企業のデフォルト事由であること から、CDSの取引価格には個別企業の信用力に関する情報が含まれると考えられる。そこで、CDS の市場価格を基に個別企業の信用力指標の算出を試みた。
- 2 まず、CDS価格の理論式を導出し、CDS価格の主たる決定要因が企業の信用力であることを確認 した。その上で、市場参加者の心理的バイアスや、需給や流動性の問題といった企業の信用力とは 関係のない要因もCDS価格に影響を与えるため、それらの要因を排除・軽減するような方策を検討 し、信用力指標算出手法を構築した。
- 3 実際のCDS価格データを用い、信用力指標を算出し、その振る舞いを確認した結果、個別企業の 信用力を表す指標である格付け機関が付与する信用格付けと高い関連性が確認される一方で、当該 指標特有の動きをすることも判明した。また、信用力の変化から算出指標の変化に至るまでに、そ れなりの時間を要することも判明した。
- 4 とはいえ、CDS価格情報を用いた信用力指標の算出は、従来の格付け機関が付与する信用格付け を補完する有益な情報を提供するものと考えられる。信用力変化時のCDS価格推移の特徴を上手く 捉えることなどによって、より即時性の高い信用力指標への改善の他、市場参加者の感覚により合 致した指標への改良などが今後の課題である。

^{*} 本稿の執筆にあたり、室町幸雄教授首都大学東京 (ニッセイ基礎研究所主任研究員) から貴重なアドバイスを頂いたこと、また、株式会社QUICKか ら分析用データの作成に関してご協力頂いたことに対し、深く感謝したい。なお、残された誤りは全て筆者のものである。

目次

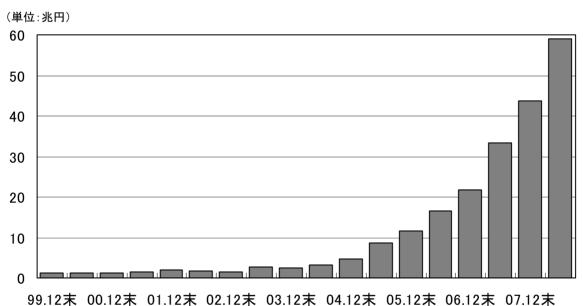
1—はじめに
2-CDSについて
2. 1 CDSとは
2. 2 最近の国内CDS市場の動向 ······ 120
3 — CDS価格決定要因と、信用力評価手法の構築 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
3. 1 単純なCDS理論価格が示唆する要因
3. 2 市場参加者の心理的バイアスによる影響
3. 3 需給や流動性の問題に付随する影響
4 — CDS価格データに基づく信用力指標の具体的算出手法 ······ 129
5 — CDS価格データに基づく信用力指標の振る舞いとその特徴
5. 1 使用データと主たる結果
5. 2 CDS価格に基づく信用リスク指標特有の結果とその考察
5.3 即時性に関する考察
6 — 今後の課題
7 —付録
7. 1 デフォルト時刻の密度関数の導出
7. 2 生存関数の導出

1----- はじめに

個別企業の信用力を表す指標としては、ムーディーズ、S&P、R&Iなどの格付け機関が付与す る信用格付けが一般的である。これらは、年に数回発表される決算資料などに基づく定量的分析に加 え、対象企業へのヒアリング結果など、定性的分析を基にアナリストにより総合的に判断・決定され る。そのため、信用格付けの更新頻度には限界があり、また即時性に欠けるという欠点を有する。

一方、信用力に関する市場情報としては、社債の対国債スプレットやデフォルト事由を取引対象と するCDSというデリバティブ取引価格がある。昨今、CDS取引残高は増加傾向にあり、また2007年か ら2008年にかけて信用リスクに対する警戒感が高まる中で、CDS市場の代表的なインデックスの上昇 が紙面を賑わすなど、その認知度も高まってきたと言えよう。

本稿では、日々更新される個別企業のCDS価格」情報を用い、更新頻度が高くて即時性を有する信用 力指標の算出可能性について検討する。



図表-1 CDS取引残高の推移

(資料) デリバティブ取引に関する定例市場報告を基に作成

1 CDSとは

CDSとは、デフォルト事由を対象としたスワップ契約である。CDSの買い手はCDSの売り手に対し、 契約時に定めたCDS価格及び想定元本に応じたプレミアムを定期的(一般的には年4回後払い)に支

¹ 一般的にスプレッドもしくはプレミアムと呼ばれるが、ここではCDS価格と呼ぶことにする。

払う。仮に、契約期間中に契約対象企業が倒産するなど、契約時に定めたクレジットイベント(後述) が発生した場合には、買い手のプレミアム支払は停止し、契約時に定めた決済方法(後述)で売り手が クレジットイベントによる損失相当額を買い手に支払う (図表 - 2 参照)。契約期間中にクレジット イベントが発生しなかった場合は、売り手はプレミアムを受領するのみで、買い手に対する支払は生 じない。

クレジットイベントは通常、バンクラプシー(破産)、支払不履行及びリストラクチャリングの3つ の事由とする 3 CE (Credit Eventの略) と、バンクラプシー及び支払不履行の 2 つの事由とする 2 CEから選択できる。しかし、バーゼルⅡでは、クレジットイベントにリストラクチャリングを含ま ない2CEのクレジット・デリバティブの場合、リスク削減効果が最大でも60%までとするように定 められていることもあり、3CEが一般的となっている。

決済方法には、現物決済と現金決済とがあり、現金決済には、更に市場価格参照型と定額決済型と がある。まず、現物決済の場合、売り手が買い手に想定元本を支払い、代わりに対象企業の債務を受 け取る。そのため、売り手にとっての損失相当額は受け取った債務をどれくらい回収できるかに依存 し、契約段階では未確定である。次に、市場価格参照型の現金決済の場合、クレジットイベント発生 時における評価債務の市場価格に応じて損失相当額を決定するもので、契約段階では損失相当額は現 物決済と同様に未確定である。最後に、定額決済型の現金決済の場合、契約段階で回収率を決定して おき、その回収率に応じて想定損失額を決定する。契約段階で損失相当額が確定するのは、定額決済 型の現金決済のみである。

◎クレジットイベントの発生前 契約事項 プレミアム※ 買い手 売り手 ※想定元本×CDS価格÷4(年4回払いの場合) ◎クレジットイベントの発生時 損失相当額 買い手 売り手

図表-2 CDS取引の仕組み

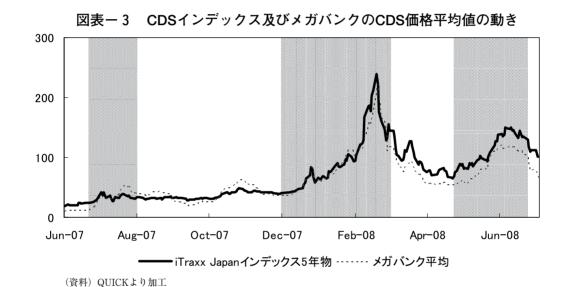
2 最近の国内CDS市場の動向

まず、国内市場全体の動向として、CDSインデックスの推移を確認すると、2007年7月末から8月初 旬にかけてCDS価格が僅かながら上昇するも、その後ほぼ横ばいで推移した。その後2007年末から 2008年3月にかけてCDS価格は大幅かつ急激に上昇し、その後一度は下落に転じるも2008年5月頃から

再び上昇した。

2007年7月末から8月初旬にかけての急上昇は、サブプライムローン問題の発生にともない銀行をは じめとする金融機関のCDS価格上昇によるところが大きい。事実、その時期にメガバンク(優先及び 劣後)のCDS価格平均が急上昇し、加えてインデックスとの大小関係が逆転している(図表-3)。

2007年末から2008年3月にかけての急上昇の時期は、図表-4の通り、高価格層のみならず低価格 層³についても上昇していることから、先述のように特定の業界による影響ではなく、市場参加者の信 用リスクに対する警戒感の高まりを反映した、信用リスク回避行動によるところが大きいと考えられ る。一方、2008年5月下旬から7月にかけての再上昇は、年始の動きとは異なり、高価格層に比べて低 価格層の上昇が軽微であることから、低信用力銘柄を中心とした拡大(二極化)であったと言える。 このようにCDSインデックスの変動要因は、時期によって異なる。



図表-4 CDSインデックス及び高価格層・低価格層の動き 300 200 100 Jun-07 Oct-07 Aug-07 Dec-07 Feb-08 Apr-08 Jun-08 ➡iTraxx Japanインデックス5年物 — — 低価格層 - - - - 高価格層

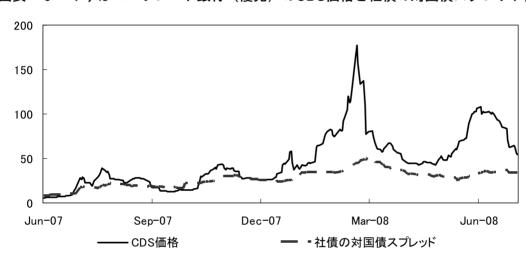
(資料) QUICK、Bloombergより加工

² インデックス採用銘柄(50銘柄)のうちCDS価格の低い方から36番目から40番目の5銘柄のCDS価格平均で代表させている。

³ インデックス採用銘柄(50銘柄)のうちCDS価格の低い方から5銘柄のCDS価格平均で代表させている。

次に、CDS価格と社債の対国債スプレッドとの推移を比較する。図表 - 5 はみずほコーポレート銀 行(優先)のCDS価格及び同行社債の対国債スプレッドの推移を比較したものである。2007年末までは、 ほぼ同水準で推移していたが、それ以降はCDS価格が急上昇する一方、社債の対国債スプレッドの拡 大は限定的かつ緩やかであり、その差は最大3倍程度にまでなっている。そこで、2007年末までとそ れ以降の2期間に分割し、相関係数を計測したところ、2007年末までは0.48とそれなりに相関関係が認 められる一方で、それ以降は0.04とほぼ無相関という結果が得られた。

同様にボラティリティを計算したところ、いずれの期間においてもCDS価格の方が、社債の対国債 スプレッドよりも変動率が高いという結果も得られた。



みずほコーポレート銀行(優先)のCDS価格と社債の対国債スプレッド推移 図表一5

(資料) QUICK、Bloombergより加工

CDS価格決定要因と、信用力評価手法の構築 3-

CDSの取引対象が企業のデフォルト事由であることから、CDS価格にはそもそも、当該企業の信用 力に関する情報が含まれていると考えられる。ここで信用力とは、企業のデフォルト率と回収率に依 存するものと考えられる。そこで1節ではCDS価格の決定要因を理論的に明らかにした上で、2節、3 節で信用力以外の決定要因、及びその対処方法について考察し、4章では、CDS価格データに基づく 信用力指標の導出手法を具体的に構築する。

1 単純なCDS理論価格が示唆する要因

本節では、やや単純化したモデルでCDSの理論価格を導出し、CDS価格の主たる決定要因が信用力

であることを確認する。

評価すべきキャッシュフロー(図表 - 2参照)のうち、定期的なプレミアムに相当する固定払の期待 現在価値は次式のように表せる。

固定払 =
$$\mathbb{E}\left[\int_{0}^{T} e^{-\int_{0}^{t} r_{u} du} cN1_{\{\tau > t\}} dt\right]$$
. . . . (3-1-1)

同じく、デフォルト発生時の損失相当額に相当する変動払の期待現在価値は次式のように表せる。

変動払 =
$$\mathbb{E}\left[\int_{0}^{T} e^{-\int_{0}^{t} \tau_{u} du} (1 - R)N1_{\{\tau \in (t, t+dt]\}} dt\right]$$
· · · · (3-1-2)

ここで、r₊は時点 t における割引率、Tは満期、τ はデフォルト時刻、Nは想定元本、c はCDS価 格、Rは回収率である。また、 1_{α} は定義関数で、事象Aが真ならば $1_{\alpha}=1$ 、偽ならば $1_{\alpha}=0$ である。

無裁定条件の下では、定期的なプレミアム(固定払)とデフォルト発生時の損失相当額(変動払)とが 等しくなる。それゆえ、式(3-1-1)と式(3-1-2)とが等しくなるCDS価格が、CDSの理論価格となる。

CDS算出価格モデルの単純化のため、割引率を0とし $(r_{+} = 0)$ 、ハザード率も期間を通じて 一定 (h_t = h) と仮定すると、式(3-1-1)と式(3-1-2)は以下のように変形できる。

固定払 =
$$\mathbb{E}\left[\int_{0}^{T} e^{-f_{0}^{T} r_{u} du} cN1_{\{\tau > t\}} dt\right]$$
,
$$= cN\mathbb{E}\left[\int_{0}^{T} 1_{\{\tau > t\}} dt\right], \qquad \because r_{t} = 0$$

$$= cN\int_{0}^{T} \mathbb{E}\left[1_{\{\tau > t\}}\right] dt, \qquad \because \mathcal{P} \Box \mathcal{D}$$

$$= cN\int_{0}^{T} \underbrace{P(\tau > t)}_{\pm t \oplus \mp} dt, \qquad (a)$$

$$= cN\int_{0}^{T} e^{-ht} dt, \qquad (b)$$

$$= \frac{-cN}{h}[e^{-hT} - 1]$$

変動払 =
$$\mathbb{E}\left[\int_{0}^{T} e^{-\int_{0}^{t} r_{w} du} (1 - R)N1_{\{\tau \in (t, t + dt]\}} dt\right]$$
,
= $(1 - R)N\mathbb{E}\left[\int_{0}^{T} 1_{\{\tau \in (t, t + dt]\}} dt\right]$, $r_{t} = 0$ 及び、R は確定的と仮定
= $(1 - R)N\int_{0}^{T} \mathbb{E}\left[1_{\{\tau \in (t, t + dt]\}}\right] dt$, $r_{t} = (1 - R)N\int_{0}^{T} \underbrace{P(\tau \in (t, t + dt])}_{\tau \text{ の密度関数}} dt$, (c)
= $(1 - R)N\int_{0}^{T} h \cdot e^{-ht} dt$ (d)
= $-(1 - R)N[e^{-hT} - 1]$

ただし、(a)から(b)、及び(c)から(d)への展開の詳細(生存確率とデフォルト時刻の密度関数)は、付録 を参照されたい。

固定払=変動払より、CDS理論価格は、

$$\frac{-cN}{h}[e^{-hT} - 1] = -(1 - R)N[e^{-hT} - 1]$$

$$c = h(1 - R)$$

$$\cdot \cdot \cdot (3-1-3)$$

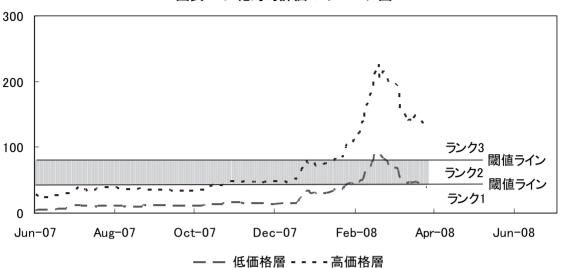
と表現できる。

以上より、CDSの理論価格は、ハザード率、及び回収率に依存しており、信用力を決定付ける要因 のみから価格付けされることがわかる。ただ、ハザード率は期間構造があると考えられるため、全銘 柄を画一的に評価するときは、期間を固定する必要がある点に注意が必要である。

2 市場参加者の心理的バイアスによる影響

CDS価格は、他の金融商品と同様に、市場参加者の心理的バイアスからも大きな影響を受ける。つ まり、市場参加者の信用リスク回避度が極端に強まることで、全銘柄のCDS価格が上昇するような現 象が考えられる。

通常、評価の尺度としては、絶対的尺度と相対的尺度が存在する。1節の理論価格であれば、いず れの尺度による指標も構築可能である。つまり、固定のCDS価格の閾値をランク毎に設定し、個別銘 柄のCDS価格がそれぞれどのランクに属するかを観測することで、絶対的指標が得られる。一方、個 別銘柄のCDS価格だけでなく、その相対的位置付けに基づいてランキングすることで、相対的指標が



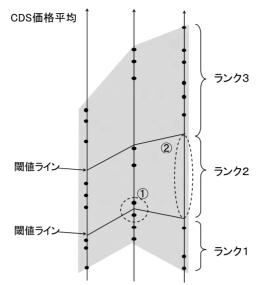
図表一6 絶対的評価のイメージ図

しかし、全銘柄のCDS価格が上昇するような現象がある以上、CDS価格を用いて絶対的指標を構築 することは困難である(図表 - 6 参照)。本稿では個別銘柄の信用力の優劣や差異の程度を重視する相 対的指標を採用することとする。これにより、市場全体に共通して影響する市場参加者の心理的バイ アスに関する情報が排除されるが、これについてはCDSインデックスを用いることで、対応可能と考 える。

そこで次に、相対的指標として考えうる評価方法を列挙するが、それらの比較検討により今回の目 的に適した評価方法を選択する。

相対的評価としては、(a)順位による評価、(b)閾値による評価、(c)クラスター分析による評価が考え られる。(a)は、銘柄数に応じて各ランクに入る数を設定し、CDS価格順にランクを付与する方法であ り、(b)は、図表 - 7 のように、時点毎にCDS価格帯に応じた閾値を設定し、その閾値によってランク を付与する方法である。また、(c)のクラスター分析とは、異質なものが混ざり合っている対象の中で、 互いに似たものを集めてグループ(以下、クラスター)を作り、対象を分類する分析方法で、お互い に近いCDS価格銘柄群を抽出し、CDS価格の小さいクラスターから順にランクを付与する方法である。 クラスター分析に関する詳細な説明は、西田(1988)を参照されたい。

図表-7 閾値による相対的評価のイメージ図



※分析対象区間(グレー網掛け部分)によって閾値ラインが変動

これら3つの相対的評価方法について、次のような3つの評価基準から比較検討する。

①信用力の同等性:相対的に信用リスクの程度が近い銘柄は同じランクであることが好ましい。

順位による評価では、明らかに信用力が異なる銘柄が同ランクとなる可能性に加え、逆に、ほとん ど信用力に差のない銘柄が異なるランクになる可能性もある。閾値による評価では、前者の可能性は ないが、後者の可能性は残る(図表-7、①点線参照)。クラスター分析による評価は、分析の特徴か らいずれの可能性も低く、最も好ましいと考えられる。

②信用力の差異:信用力の差異の程度が、ランクの差異で表現できることが好ましい。

順位による評価、及びクラスター分析による評価では、信用力の差異に関する情報は失われる。一 方、閾値による評価では、信用力の差異に関する情報は残り、乖離が大きい場合には、中間のランク に付与される銘柄がないといった結果も想定される(図表-7、②点線参照)。

③評価方法の簡易さ:アウトプットに対して、直感的に理解できることが好ましい。

順位による評価であれば、アウトプットに対する理解は非常に容易であるが、閾値による評価、及 びクラスター分析による評価は、その評価手法の複雑性から、アウトプットの理解も困難と考えられ る。

以上をまとめたものが図表-8であるが、本稿では、相対的に好ましい方法である(b)閾値による評 価を採用することとする。

図表-8 相対的評価方法の比較結果

		相対的評価方法						
		(a) 順位 (b) 閾値		(c) クラスター				
評	①信用力の同等性	×	Δ					
価基準	②信用力の差異	×	0	Δ				
準	③評価方法の簡易さ	0	Δ	×				

3 | 需給や流動性の問題に付随する影響

需給や流動性の問題に付随する要因もまた、CDS価格に影響を与える。

まず、CDS取引は市場環境次第で、常に売買したい価格で取引が成立するとは想定しがたく、この ような需給や流動性の問題により引き起こされるCDS価格の変動がある。加えて、CDS価格は数社 (最大:12社、最小:2社)による提示値に基づく平均値であり、銘柄ごとに提示社数が異なるだけで なく、同銘柄でも時点により提示社数が異なることもあり、これらの変化がCDS価格へ影響を与える ことも考えうる⁴。これは、ある1時点でA銘柄のCDS価格がB銘柄の価格を下回っていても、必ずし もA銘柄の方がB銘柄と比べて信用力が高いとは言い切れないことを示唆している。

このような需給や流動性の問題に付随する要因は、1時点のCDS価格をそのまま分析に用いるので はなく、一定期間(例えば、75日間、150日間等。以下、データ期間)の価格平均を用いることで軽 減されるだろう。ただし、データ期間を長くするほど、この要因による影響は軽減されるものの、そ の副作用として、CDS価格の長所である情報の即時性が損なわれることにも留意する必要がある。

これまでの経験から、信用悪化局面においては急激にCDS価格が上昇する(図表 - 9) 一方、信用 好転局面においては緩やかにCDS価格が下落する(図表−10)傾向が見られる。そこで、このような CDS価格の推移パターンを考慮することで、即時性を改善できる可能性について検討する。

まず、信用悪化及び信用好転局面の傾向から、日々のCDS価格とデータ期間のCDS価格平均によっ て囲まれる面積を比較すると、信用悪化局面においてその面積が大きくなることが予想される。

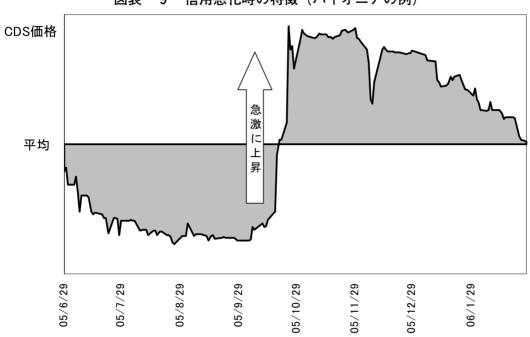
簡便的ではあるが、格付変更が起こる前150営業日を信用悪化局面もしくは信用好転局面と仮定し、 CDS価格とCDS価格平均によって囲まれる面積が、平常時に比べ有意に大きいと言えるかを確認する。 具体的には、CDS価格とCDS価格平均によって囲まれる面積ではなく、同様の効果が期待できるCDS 価格の標準偏差を用いる。営業日毎に標準偏差をCDS価格平均で回帰し、その回帰式から得られる標 準偏差の推定値より標準偏差の観測値が大きいか否かを判断する。図表-11は、信用局面(信用悪 化局面、平常時、信用好転局面)と、標準偏差の大小(CDS価格平均で回帰し、その回帰式から得ら

⁴ 提示社数さえ多ければよいというわけではないが、極端に少ないとその平均値の意味にやや疑問も生じる。

れる標準偏差の推定値より標準偏差の観測値が大きいか否か)によって分類したものである。

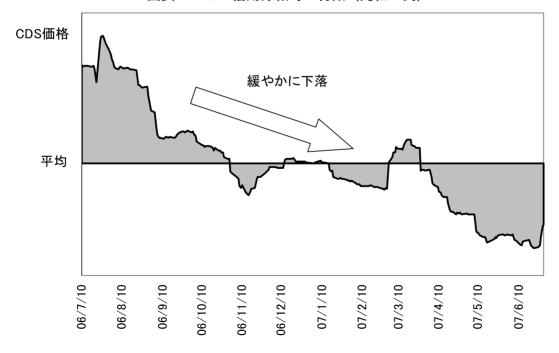
この分割表を元に、「標準偏差が平均より大きいか否かは、信用局面とは独立である」という帰無仮 説に対する適合度検定を行った。なお、分割表における独立性の検定方法に関する説明は東京大学教 養学部統計学教室編(1992)を参照されたい。

その結果、χ²適合度統計量は780と非常に大きく、帰無仮説を統計的有意に棄却⁵できる。



図表 9 信用悪化時の特徴 (パイオニアの例)





⁵ 自由度2の χ²分布における0.5%点は10.5966であることがわかっている。

図表-11 各局面と標準偏差の大小との分割表

銘柄数×営業日数	観測値が	=1	
	上回る	下回る	計
信用悪化局面	1,149	686	1,835
平常時	24,356	29,666	54,022
信用好転局面	2,798	5,872	8,670
計	28,303	36,224	64,527

以上から、CDS価格平均に、その標準偏差を加味して信用悪化、及び信用好転局面の特徴を取り込 むことで、一定程度であるが即時性を改善できると考えられる。

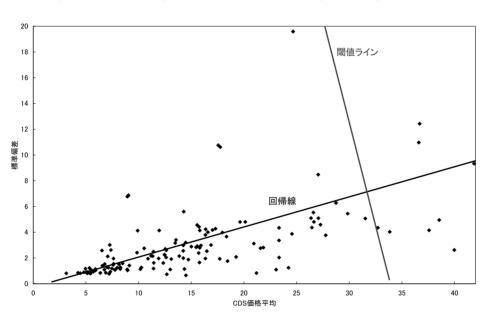
— CDS価格データに基づく信用力指標の具体的算出手法

本節では、これまでの議論を踏まえ、信用力指標算出の手法を構築する。

まず、3章で示したとおり、信用力指標を算出するに当たり、CDS価格平均及びその標準偏差の観 測値を基準とする。ここで、CDS価格平均を用いてその標準偏差を回帰する。図表 - 12は、横軸に CDS価格平均、縦軸に標準偏差をとり、プロットしたものであるが、大多数の銘柄が原点付近に存在 する一方で、非常にCDS価格平均が高い銘柄も僅かだが存在することがわかる。他の観測値から非常 に離れたところの観測値(以下では、外れ値と呼ぶ)が存在する場合、その外れ値が回帰推定値に極 端な違いをもたらすことが知られている。そこで、全銘柄を回帰対象とするのではなく、CDS価格平 均が一定の値以下に収まる範囲を回帰分析の対象とする。以下、回帰分析の対象範囲を分析対象区間 と呼ぶ。

図表-12 CDS価格平均と標準偏差の関係 45 40 35 30 20 15 250 CDS価格平均

本稿では、CDS価格帯に応じた閾値を設定することにより、信用力指標を算出するため、CDS価格 帯及び、その閾値ラインの形状を決定する必要がある。まず、前者についてはCDS平均の最小値及び 最大値を用いることも考えられるが、上述の通り、最大値を外れ値として回帰分析の対象から除外し ているので、その代わりに分析対象区間の上限を用いる。次に、閾値ラインの形状であるが、標準偏 差が推定値より大きい場合に、信用力が悪化するという条件を満たすためには、明らかに右肩下がり である必要がある。本稿では、その形状を分析対象区間における回帰式と直交する直線によって表現 する (図表 - 13参照)。これは、平均が同じであっても変動性の高いものの信用力を少しだけ低く 評価することでもある。

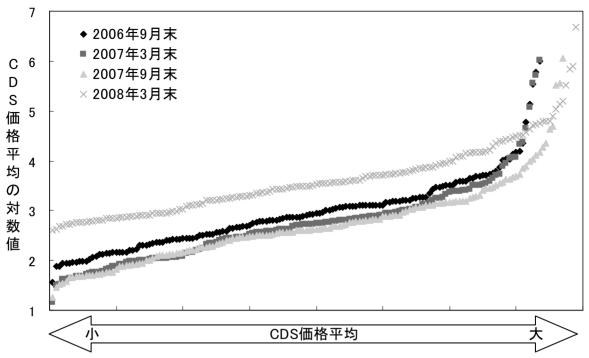


図表-13分析対象区間におけるCDS価格平均と標準偏差の関係

最後に、閾値ラインの間隔の設定方法だが、図表-13からCDS価格平均が小さいほど隣接する点 との間隔が狭く、CDS価格平均が大きいほど隣接する点との間隔が広くなっていることがわかる。そ こでその傾向を確認するために、CDS価格平均の対数値を価格が低い順にプロットしたものが図表 -14である。いずれの時点においても、両端を除き一直線に並んでいるように見える。これは、CDS 価格平均の間隔が指数的に広がっていることを意味するが、この根拠は不明である。この特性を踏ま え、閾値ラインの間隔は、信用力が低下するほど間隔が広がっていくように設定する必要があろう。 本稿では、指数的にその間隔が広がっていくように設定する。

^{6 (3.1.3)} 式を と変形することで、デフォルト率とCDS価格との間に非線形な関係がある。 ただし、通常CDSの取引銘柄であれば、デフォルト率 $(P|\tau < t|<1)$ は、限りなく0に近いことが想定されるため、 $-\ln(1-P[r-t]) \approx P[r-t]$ が成立し、必ずしも非線形構造を説明できない。

図表-14 CDS価格平均の対数値



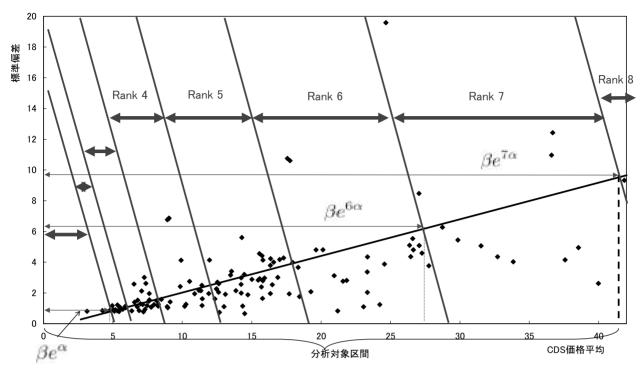
具体的には、k番目の閾値ラインと回帰線の交点におけるCDS価格平均が $\beta e^{k\alpha}$ となるように設定す る。ここで β はCDS価格帯を表現する統計値であるCDS価格平均の最小値、 α は分析対象区間内の ランク数が特定の整数i (>0) となるように、 β 、i、及び分析対象区間の上限mから、

$$\alpha = \frac{1}{i} \log \left(\frac{m}{\beta} \right)$$
 · · · (4-0-2)

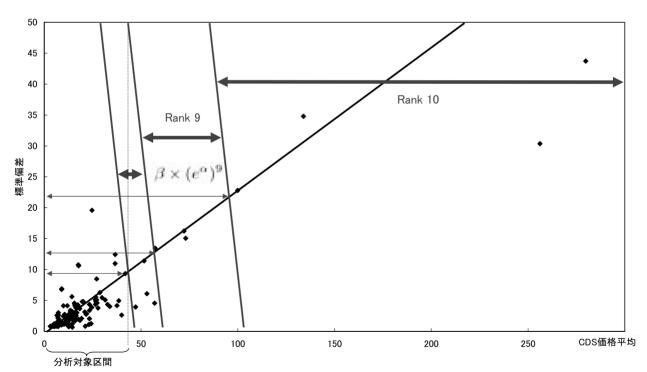
として求められる。

図表-15、図表-16に、分析対象区間及び、分析対象区間以外の具体的閾値ラインを示す。た だし、分析対象区間のランク数iが7、総ランク数 j が10とした。

図表-15 分析対象区間における具体的閾値ライン



図表-16 分析対象区間以外における具体的閾値ライン



CDS価格データに基づく信用力指標の振る舞いとその特徴

1 使用データと主たる結果

2004年11月15日から2008年3月31日のQUICK CDS平均(3CE 5YEAR MID)を用い、3章で検討し た手法に基づき、日次でCDS価格に基づく信用リスク指標を導出した。具体的には、データ期間は 150営業日⁷、分析対象区間はCDS価格平均が全銘柄の平均値の2倍相当まで、ランク数は分析対象区間 のランク数が7、総ランク数が10となるように設定した。QUICK CDS平均(3CE 5YEAR MID)のあ る全銘柄を対象とするが、データ欠損が2割以上(直近150営業日のうち30営業日以上)の銘柄、及び 国・地方公共団体については対象外とした。

図表-17、図表-18、図表-19、図表-20は2006年9月末、2007年3月末、2007年9月末、 2008年3月末の導出した結果である。また、各時点のR&I社による格付けを各欄の右に付した。こ こで、導出した結果についてR&I社による格付けとの関連性を確認したい。対の観測値において、 それぞれ順位しか観測できない、もしくは利用しない場合に、それらは独立か、正又は負の相関があ るか、相関があるならば、その強さはどの程度かを知るのに順位相関係数が利用できる。ここでは順 位相関係数として、スピアマンの順位相関係数を採用し算出した。その結果は各表の下に記した通り で、かなり強い関連性が見られる。一方、2007年9月末の東京海上や京成電鉄のように、R&I社の格 付けに比べて異なるランクが付与されるといった相違も見られる。このような相違点についてはCDS 価格の即時性による効果が顕在化したためと解釈し、本稿の信用力指標をR&I格付けの補完として位 置付けることも可能である。

また、2008年3月末は他の時点に比べて関連性の弱まりが確認できる。

なお、スピアマンの順位相関係数に関する説明は竹内(1963)を参照されたい。

⁷ その結果、2005年6月29日から2008年3月31日までの信用リスク指標が得られる。

図表-17 2006年9月末の結果

ランク1	トヨタ	AAA	東ガス	AA+	大ガス	AA+						
ランク2	積水ハウス	AA-	キリン	AA	味の素	AA	J T	AA+	旭硝子	AA	住友電	AA-
	松下	AA+	キヤノン	AA+	リコー	AA	小劧堂		東海上	AA+	三住海上	AA
1272	損保JPN	AA	京 王	AA-	JR東日本	AA+	NTT		HTTŀ*⊐ŧ	AA+	東電	AA+
	中部電	AA+	関西電	AA+	中国電	AA+	東北電	AA+	九州電	AA+		
	アサヒ	A+	帝 人	Α	東レ	A+	住友化	A+	カネカ	A+	三井化学	Α
	花 王	AA	フ゛リチ゛ストン	AA-	тото	Α	コマツ	Α	クボタ	A+	シャープ	AA
ランク3	ヤマハ 発	Α	凸版印	AA	三菱商	AA-	丸井G	AA-	みずほコーポ	A+	三菱東京 UFJ	A+
	三井住友	Α	野村證券	A+	三井不	Α	菱地所	AA-	小田急	A+	東京地下鉄	AA
	日 通	AA	サイトHD	AA-	郵 船	AA-	アメリカンホンダF					
	大林組	Α	清水建	Α	森永乳	Α-	サントリー	A+	ニチレイ	Α-	王子製紙	Α
	日本紙	Α	三菱化学	A-	イビデン	Α	新日石	Α	昭和シェル	Α	日 立	AA-
ランク4	三菱電	Α	カシオ	Α	スズキ	A+	シチズン		三井物	AA-	住友商	A+
	伊勢丹	Α-	イオン	A+	横浜銀	A+	日立キャピ	AA-	大和証G	Α-	三菱UF証	A+
	京 急	BBB+	京成	BBB+	KDDI	Α	ヤマダ゛電					
	鹿島	Α-	西松建	Α-	セ硝子	BBB+	大日インキ		コニカミノルタ	BBB+	新日鉄	A+
	川鉄	A+	住 金	Α-	神戸鋼	A-	三和HD	Α-	ミネベア	BBB+	富士通	Α
ランク5	ソニー	AA-	ミツミ		横河電	A-	三菱重	A+	川重	BBB+	日産自	Α
7275	富士重	BBB+	ニコン	BBB+	高島屋	BBB+	H2Oリテイル	BBB+	みずほコーポ 劣	A+	三菱東京 UFJ劣	A+
	りそな銀	Α-	横浜銀劣	A+	三井住友劣	Α	日興CG	A-	東 急	A-	名 鉄	BBB+
	川崎船	Α-										
	大成建	BBB+	三 越		太平洋セメ	BBB	三菱マ	BBB-	古河電	BBB+	東芝	Α
ランク6	NEC	Α	マツダ	BBB-	伊藤忠	A-	オリックス	A+	東武	BBB-	相鉄	BBB+
	近 鉄	BBB+	阪急阪神	BBB-	南海電	BBB-						
ランク7	サッホ [°] ロHD	BBB-	パイオニア	BBB+	ビクター	BBB-	石川島	BBB	丸 紅	BBB	武富士	BBB
	アコム	Α	プロミス	Α	住友不	BBB	ANA	BBB				
ランク8	荏 原	BBB-	NECIV	A-	アイフル	A-	三洋信販	A-				
ランク9												
ランク10	三洋電	BBB	ロプロ		JAL	BB+	イー・アクセス	BBB	ソフトハ゛ンク			

R&I社格付けとの順位相関:0.84 (スピアマン)

図表-18 2007年3月末の結果

ランク1	トヨタ	AAA	東ガス	AA+	大ガス	AA+						
ランク2	積水ハウス	AA-	キリン	AA	旭硝 子	AA	松 下	AA+	キヤノン	AA+	リコー	AA
	凸版印	AA	東海上	AA+	三住海上	AA	損保JPN	AA	JR東日本	AA+	NTT	
7272	NTTドコモ	AA+	東電	AA+	中部電	AA+	関西電	AA+	中国電	AA+	東北電	AA+
	九州電	AA+										
	アサヒ	A+	味の素	AA	J T	AA+	帝 人	Α	東レ	A+	住友化	A+
	カネカ	A+	三井化学	Α	花 王	AA	ブリチ、ストン	AA-	住友電	AA-	コマツ	A+
ランク3	シャープ	AA	丸井G	AA-	イトヨカ堂		みずほコーポ	A+	三菱東京 UFJ	A+	三井住友	A +
	菱地所	AA	小田急	A+	京 王	AA-	日 通	AA	ヤマトHD	AA-	郵 船	AA-
	アメリカンホンタ´F											
	大林組	Α	清水建	Α	鹿島	A-	サントリー	A+	ニチレイ	A-	王子製紙	Α
	日本紙	Α	三菱化学	Α	イヒ ゙デン	Α	新日石	A+	昭和シェル	Α	тото	Α
=> . 54	新日鉄	AA-	川鉄	AA-	クボタ	A+	三菱電	A+	カシオ	Α	スズキ	A+
ランク4	ヤマハ 発	Α	シチズン		三菱商	AA-	伊勢丹	Α	みずほコーポ 劣	A+	三菱東京 UFJ劣	A+
	三井住友劣	A+	日立キャピ	AA-	大和証G	Α	三菱UF証	A+	野村證券	AA-	三井不	A+
	京急	A-	東京地下鉄	AA	KDDI	A+						
	大成建	Α-	西松建	Α-	森永乳	A-	セ硝子	BBB+	大日インキ		コニカミノルタ	A-
	住 金	A-	神戸鋼	Α	三和HD	Α-	ミネベア	BBB+	日立	AA-	富士通	А
=> . b=	ソニー	AA-	横河電	Α	三菱重	A+	川重	BBB+	日産自	Α	富士重	BBB+
ランク5	ニコン	A-	三井物	AA-	住友商	A+	高島屋	A-	イオン	A+	りそな銀	Α
	りそな銀劣	Α	横浜銀	AA-	横浜銀劣	AA-	東 急	A-	京成	BBB+	名 鉄	BBB+
	川崎船	A-	ヤマダ゛電									
	サッホ [°] ロHD	BBB-	太平洋セメ	BBB	三菱マ	BBB	古河電	BBB+	東芝	Α	NEC	Α
ランク6	ハ°イオニア	BBB+	石川島	BBB	マツダ	BBB	伊藤忠	A-	H2Oリテイル	BBB+	オリックス	A+
	日興CG	Α	東武	BBB	相鉄	BBB+	近 鉄	BBB+	阪急阪神	BBB-	南海電	BBB-
ランク7	三 越		丸 紅	BBB+	アコム	Α	プロミス	Α	住友不	BBB+	ANA	BBB
ランク8	荏 原	BBB-	NECIV	BBB+	ビクター	BBB-	武富士	BBB				
ランク9	三洋電	BBB	アイフル	Α-	三洋信販	BBB+						
ランク10	ロプロ		JAL	BB+	イー・アクセス	ввв	ソフトバンク					

R&I社格付けとの順位相関:0.85 (スピアマン)

図表-19 2007年9月末の結果

Rank1	松 下 CDS 5Y	AA+	トヨタ CDS 5Y	AAA	キヤノン CDS 5Y	AA+	東ガス CDS 5Y	AA+	大ガス CDS 5Y	AA+		
Rank2	積水ハウス CDS 5Y	AA-	キリン CDS 5Y	AA	味の素 CDS 5Y	AA	住友化 CDS 5Y	A+	花 王 CDS 5Y	AA	ブリチ、ストン CDS 5Y	AA-
	旭硝子 CDS 5Y	AA	住友電 CDS 5Y	AA-	シャープ CDS 5Y	AA	リコー CDS 5Y	AA	凸版印 CDS 5Y	AA	小助堂 CDS 5Y	
	京 王 CDS 5Y	AA-	JR東日本 CDS 5Y	AA+	日 通 CDS 5Y	AA	ヤマトHD CDS 5Y	AA-	郵 船 CDS 5Y	AA-	NTT CDS 5Y	
	NTTト [*] ⊐ŧ CDS 5Y	AA+	東 電 CDS 5Y	AA+	中部電 CDS 5Y	AA+	関西電 CDS 5Y	AA+	中国電 CDS 5Y	AA+	東北電 CDS 5Y	AA+
	九州電 CDS 5Y	AA+										
	アサヒ CDS 5Y	A+	サントリー CDS 5Y	A+	帝 人 CDS 5Y	Α	東 レ CDS 5Y	A+	王子製紙 CDS 5Y	Α	カネカ CDS 5Y	A+
Davida 2	三井化学 CDS 5Y	Α	新日石 CDS 5Y	A+	コマツ CDS 5Y	A+	クボタ CDS 5Y	A+	三菱電 CDS 5Y	A+	アト・バンテ CDS 5Y	A+
Rank3	カシオ CDS 5Y	Α	ヤマハ 発 CDS 5Y	Α	丸井G CDS 5Y	AA-	東海上 CDS 5Y	AA+	三住海上 CDS 5Y	AA	損保JPN CDS 5Y	AA
	菱地所 CDS 5Y	AA	小田急 CDS 5Y	A+	商船三井 CDS 5Y	A+	KDDI CDS 5Y	A+	アメリカンホンタ´F CDS 5Y			
	大林組 CDS 5Y	Α	清水建 CDS 5Y	Α	森永乳 CDS 5Y	A-	ニチレイ CDS 5Y	Α-	J T CDS 5Y	AA	日本紙 CDS 5Y	Α
	三菱化学 CDS 5Y	Α	化デン CDS 5Y	Α	洋インキ CDS 5Y	A-	コニカミノルタ CDS 5Y	Α-	昭和シェル CDS 5Y	Α	TOTO CDS 5Y	A+
	新日鉄 CDS 5Y	AA-	川 鉄 CDS 5Y	AA-	日 立 CDS 5Y	AA-	エプソン CDS 5Y	Α	ソニー CDS 5Y	AA-	横河電 CDS 5Y	Α
Rank4	三菱重 CDS 5Y	A+	スズキ CDS 5Y	A+	ニコン CDS 5Y	A-	シチズン CDS 5Y		三菱商 CDS 5Y	AA-	高島屋 CDS 5Y	A-
	伊勢丹 CDS 5Y	Α	イオン CDS 5Y	A+	みずほコーポ CDS 5Y	A+	三菱東京 UFJ CDS	A+	三井住友 CDS 5Y	A+	日立キャピ CDS 5Y	AA-
	三菱UF証 CDS 5Y	A+	三井不 CDS 5Y	A+	東 急 CDS 5Y	A-	京 急 CDS 5Y	Α-	京 成 CDS 5Y	BBB+	東京地下鉄 CDS 5Y	AA
	川崎船 CDS 5Y	A-	ヤマダ [°] 電 CDS 5Y									
	大成建 CDS 5Y	A-	鹿 島 CDS 5Y	A-	西松建 CDS 5Y	A-	セ硝子 CDS 5Y	BBB+	大日インキ CDS 5Y		板硝子 CDS 5Y	BBB
	住 金 CDS 5Y	A-	神戸鋼 CDS 5Y	Α	古河電 CDS 5Y	BBB+	三和HD CDS 5Y	A-	ミネベア CDS 5Y	BBB+	東 芝 CDS 5Y	Α
Rank5	NEC CDS 5Y	Α	富士通 CDS 5Y	Α	川 重 CDS 5Y	A-	石川島 CDS 5Y	BBB	日産自 CDS 5Y	Α	富士重 CDS 5Y	BBB+
	三井物 CDS 5Y	AA-	住友商 CDS 5Y	AA-	H2Oリテイル CDS 5Y	BBB+	横浜銀 CDS 5Y	AA-	大和証G CDS 5Y	Α	野村HD CDS 5Y	AA-
	相 鉄 CDS 5Y	BBB+	名 鉄 CDS 5Y	BBB+								
	サッホ [°] ロHD CDS 5Y	BBB-	太平洋セメ CDS 5Y	BBB	三菱マ CDS 5Y	BBB	マツダ CDS 5Y	BBB	伊藤忠 CDS 5Y	A-	みずほコーポ 劣 CDS 5Y	A+
Rank6	三菱東京 UFJ劣 CDS 5Y	A+	りそな銀 CDS 5Y	Α	三井住友劣 CDS 5Y	A+	オリックス CDS 5Y	A+	日興CG CDS 5Y	Α	松井証 CDS 5Y	BBB+
	東 武 CDS 5Y	BBB	近 鉄 CDS 5Y	BBB+	阪急阪神 CDS 5Y	BBB	南海電 CDS 5Y	BBB-				
	三 越 CDS 5Y		荏 原 CDS 5Y	BBB-	ハ°イオニア CDS 5Y	BBB+	丸 紅 CDS 5Y	BBB+	りそな銀劣 CDS 5Y	Α	アコム CDS 5Y	Α
Rank7	プロミス CDS 5Y	Α	住友不 CDS 5Y	BBB+	ANA CDS 5Y	BBB+						
Rank8	NECIL CDS 5Y	BBB+	ビクタ ー CDS 5Y	BBB-	新生銀劣 CDS 5Y	A-	武富士 CDS 5Y	BBB	三洋信販 CDS 5Y	BBB+		
Rank9	双 日 CDS 5Y	BB+	三洋電 CDS 5Y	BBB	アイフル CDS 5Y	A-						
Rank10	ロプロ CDS 5Y		JAL CDS 5Y	BB+	イー・アクセス CDS 5Y	BBB	ソフトバンク CDS 5Y					
					, 1		, 1					

R&I社格付けとの順位相関:0.80 (スピアマン)

図表-20 2008年3月末の結果

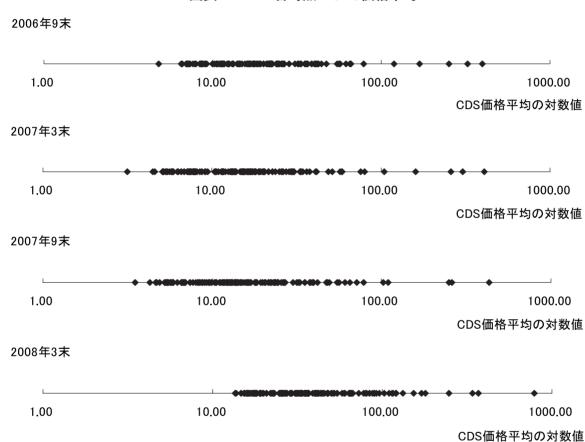
	トヨタ	AA-	森永乳	Α-	キリン	AA-	サントリー	A+	味の素	AA	カネカ	A+
	花 王	AA	旭硝子	AA	тото	A+	住友電	AA-	トヨタ	AAA	キヤノン	AA+
ランク1	凸版印	AA	京王	AA-	JR東日本	AA+	東京地下鉄	AA	日 通	AA	郵 船	AA-
	東電	AA+	中部電	AA+	関西電	AA+	中国電	AA+	東北電	AA+	九州電	AA+
	東ガス	AA+	大ガス	AA+								
	アサヒ	A+	ニチレイ	Α-	帝 人	Α	東レ	A+	住友化	A+	イヒ゛テ゛ン	A+
ランク2	新日石	A+	昭和シェル	Α	コマツ	AA-	クボタ	A+	松下	AA+	アト・ハ・ンテ	A+
7272	リコー	AA	小勁堂		京 急	Α-	小田急	A+	JR東海	AA	ヤマトHD	AA-
	商船三井	A+	NTT		NTTŀ"⊐ T	AA+						
	三 越		セ硝子	BBB+	三井化学	Α	洋インキ	Α-	コニカミノルタ	A-	フ゛リチ゛ストン	AA-
	三和HD	Α-	ミネベア	BBB+	三菱電	A+	エプソン	Α	シャープ	AA	ミツミ	
ランク3	横河電	Α	カシオ	Α	スズキ	A+	ヤマハ 発	Α	ニコン	A-	シチズン	
	高島屋	A-	伊勢丹	Α	H2Oリテイル	BBB+	イオン	A+	日立キャヒ゜	AA-	菱地所	AA
	相鉄	BBB+	東 急	A-	京 成	BBB+	名 鉄	BBB+	川崎船	Α-	KDDI	A+
	王子製紙	Α	日本紙	Α	三菱化学	Α	大日インキ		板硝子	ввв	新日鉄	AA-
	川鉄	AA-	住 金	A-	神戸鋼	Α	日立	AA-	NEC	Α	富士通	Α
ランク4	ソニー	AA-	三菱重	A+	川重	A-	豊通商	A+	三井物	AA-	住友商	AA-
3274	三菱商	AA-	丸井G	A+	みずほコーポ	A+	三菱東京 UFJ	A+	横浜銀	AA-	三井住友	A+
	三菱UF証	A+	東海上	AA+	三井不	A+	東 武	BBB	阪急阪神	ввв	南海電	BBB-
	ヤマダ・電		アメリカンホンタ「F									
	大林組	Α	清水建	Α	鹿島	A-	J T	AA	三菱マ	BBB+	古河電	BBB+
ランク5	東芝	Α	日産自	Α	富士重	BBB+	大和証G	Α	野村HD	AA-	三住海上	AA
	損保JPN	AA	近 鉄	BBB+								
ランク6	大成建	A-	西松建	A-	サッホ [°] ロHD	BBB-	太平洋セメ	BBB	ハ°イオニア	BBB+	マツダ	BBB+
	伊藤忠	Α	りそな銀	Α	三井住友劣	A+	日興CG	AA-	松井証	BBB+	ANA	BBB+
ランク7	双日	ввв	荏 原	BBB-	エルヒ [°] ータ゛		NECIL	BBB+	ビクター	BBB-	石川島	BBB
	丸 紅	A-	みずほコーポ 劣	A+	三菱東京 UFJ劣	A+	住友不	BBB+				
ランク8	三洋電	BBB	りそな銀劣	Α	アコム	Α	三洋信販	A-	プロミス	Α	オリックス	A+
ランク9	新生銀劣	Α-	武富士	BBB-	イー・アクセス	BBB						
ランク10	アイフル	Α-	ロプロ		JAL	BB+	ソフトバンク					

R&I社格付けとの順位相関:0.60 (スピアマン)

2 | CDS価格に基づく信用リスク指標特有の結果とその考察

CDS価格に基づき導出された信用リスク指標については、2008年3月末のように、格付けとの関連 性が弱まる時期がある点が特色として挙げられよう。

図表 - 2 1 は各時点のCDS価格(対数値)の散布図であるが、これから分かるように、突出して信 用力の高い企業が存在する他時点と異なり、信用環境が悪化した2008年3月末は突出する企業が存在 せず、最も信用力が高いとされるランク1に属する企業数が急増し、企業群として存在することが見 てとれる。



図表-21 各時点のCDS価格平均

更に、CDS価格平均の対数値に対し、総グループ数が10として前掲のクラスター分析®を行った。評 価手法の相違から、必ずしも各ランクの銘柄数は一致しないが、クラスター分析結果からも2008年3 月末は、信用力の高い銘柄群が確かに存在したことがわかる(図表 - 2 2 参照)。

以上から、CDS価格に基づく信用リスク指標特有の結果は、絶対的評価ではなく、銘柄間信用力の 差異及びその同等性を考慮した相対的評価を採用したことによるものと考えられる。

⁸ 非階層的なクラスター分析手法の代表的方法であるK-means法を用いた。K-means法の詳細は西田(1988)を参照されたい。

図表ー22 クラスター分析の結果

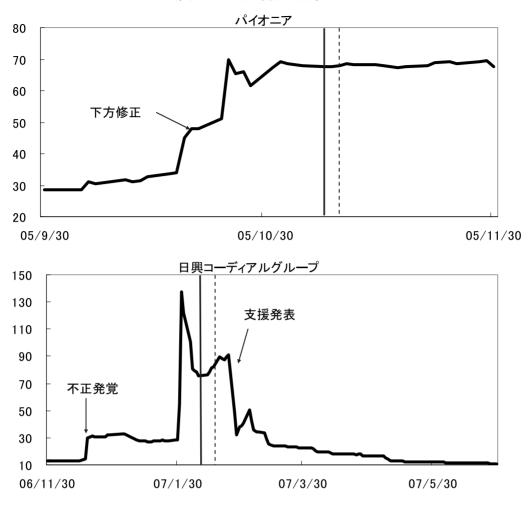
銘柄数	2006/9末	2007/3末	2007/9末	2008/3末
第1クラスター	1	1	1	16
(ランク1)	(3)	(3)	(5)	(26)
第2クラスター	29	17	25	24
(ランク2)	(23)	(19)	(25)	(21)
第3クラスター	39	28	24	28
(ランク3)	(28)	(25)	(23)	(30)
第4クラスター	45	27	45	42
(ランク4)	(28)	(33)	(38)	(32)
第5クラスター	21	40	31	23
(ランク5)	(31)	(32)	(26)	(14)
第6クラスター	7	22	15	17
(ランク6)	(15)	(18)	(16)	(12)
第7クラスター	1	5	6	4
(ランク7)	(10)	(6)	(9)	(10)
第8クラスター	1	3	2	1
(ランク8)	(4)	(4)	(5)	(6)
第9クラスター	1	1	2	2
(ランク9)	(0)	(3)	(3)	(3)
第10クラスター	2	3	1	1
(ランク10)	(5)	(4)	(4)	(4)

3 即時性に関する考察

最後に、本稿の目的でもある即時性のある指標算出のための方策が、どの程度効果があるのかにつ いて検証する。信用悪化が起こった顕著な例として、パイオニアの業績予想下方修正(2005年10月21 日)及び、日興コーディアルグループの子会社による不正会計発覚(2006年12月18日)後からシティ グループによる支援発表(2007年2月下旬)までの一連の期間を対象に考察する。具体的には、標準 偏差を考慮せずCDS価格平均のみで評価する場合(分割線を垂直に設定)と比較し、どの程度早くラ ンクの変化が起こるかを確認した。

図表 - 23の太い折れ線グラフは信用悪化時期のCDS価格の推移を、太縦線は本稿のモデルを用い た場合のランク変更時点を、点縦線は、CDS価格平均のみで評価した場合のランク変更(悪化)時点 を表している。パイオニアの例では2営業日、日興コーディアルグループの例では4営業日と、わず かではあるが、平均のみを用いるよりも即時性があると言える。しかし、ランク変更には、下方修正 発表などのイベントが発生して半年から2ヶ月程度の時間を要しており、更に、いずれの方法でも日 興コーディアルグループが元のランクに戻るのに、半年以上の時間を要している点に注意する必要が ある。

図表-23 即時性の効果



— まとめと今後の課題

本稿で算出を試みた信用力指標は、日次で更新されるCDS価格情報のみに基づき、かつアナリスト の判断を要しない導出手法となっていることから、従来の格付け機関の付与する格付けと比べて、目 的とした更新頻度の高さについては十分と言えるであろう。一方、即時性については、4章3節に記 すとおり、必ずしも十分とは言えないが、従来の格付け機関が付与する信用格付けを補完する有益な 情報を提供するものと考えられる。即時性の改善については、データ期間を短期化する、標準偏差の より適切な活用など、改善の余地は残るが、これらについては今後の検討課題としたい。

また、本稿では、2008年3月末の信用悪化時に、ランク1の銘柄数が急増するという結果が得られ た。銘柄間の信用力の差異及びその同等性を考慮する相対的評価を採用した結果であるとは言え、従 来の格付け体系に慣れたマーケット参加者の感覚に合わないことは否定できない。これについては、 今回分析対象から外した国・地方公共団体も分析対象に加えることで改善できるものと考えている。

もちろん、今回取り上げなかった分析対象区間をどのように設定するか、分析対象区間のランク数、 及び総ランク数をどのように設定するか、などについても課題は残る。

7----- 付録

デフォルト時刻の密度関数、及び、生存関数を求めるため、デフォルト時刻τのハザード率 h(t)を、 {τ > t } を条件とする条件付強度

$$h(t) \equiv \lim_{\Delta t \downarrow 0} \underbrace{\frac{P\{\tau \le t + \Delta t | \tau > t\}}{\Delta t}}_{*}$$

で定義する。

1 | デフォルト時刻の密度関数の導出

定義された (7-0-1)を用いて、デフォルト時刻の密度関数を導出するため、まず、 (7-0-1)式の※部分 を次のように変形する。

$$\frac{P\{\tau \leq t + \Delta t | \tau > t\}}{\Delta t} = \frac{P\{t < \tau \leq t + \Delta t\}}{\Delta t \times P\{\tau > t\}}$$

$$= \frac{P\{\tau \leq t + \Delta t\} - P\{\tau \leq t\}}{\Delta t \times P\{\tau > t\}}$$

$$= \frac{\Delta P\{\tau \leq t\}}{\Delta t} \times \frac{1}{P\{\tau > t\}}$$
. . . . (7-1-1)

(7-1-1)の極限をとることで、

となる。

$$\lim_{\Delta t \downarrow 0} \frac{\Delta P\{\tau \leq t\}}{\Delta t} \times \frac{1}{P\{\tau > t\}} = \frac{dP\{\tau < t\}}{dt} \times \frac{1}{P\{\tau > t\}}$$
...(7-1-2)

となる。(7-1-2)はハザード率 h(t)と等しくなるため、デフォルト時刻の密度関数は、

$$P(\tau \in (t, t + dt]) = \frac{dP\{\tau < t\}}{dt} = h(t) \times \underbrace{P\{\tau > t\}}_{\text{$\pm t \neq \text{$i$}}}$$

2 | 生存関数の導出

生存関数の密度関数は、 $dP\{\tau > t\} = -dP\{\tau < t\}$ より

$$P(\tau \notin (t, t + dt]) = \frac{dP\{\tau > t\}}{dt} = -h(t) \times P\{\tau > t\}$$
... (7-2-1)

となる。

それゆえ、次の微分方程式

$$\frac{dP\{\tau > t\}}{P\{\tau > t\}} = -h(t)dt$$

を変数分離法で解くと、

$$P\{\tau > t\} = C \times \exp \left\{-\int_0^t h(u)du\right\}$$

ここで、初期値 $P \{ \tau > 0 \} = 1$ よりC = 1 である。

以上より、求める生存関数は、

$$P\{\tau > t\} = \exp \left\{-\int_{0}^{t} h(u)du\right\}$$
 (7-2-1)

となる。本文中で使用したのは、h(t)= h(一定)の場合である。

また、デフォルト時刻の密度関数(7-1-3)は、生存関数(7-2-1)を代入することにより、

$$P(\tau \in (t, t + dt]) = h(t) \times e^{-ht}$$
. . . . (7-2-2)

と書き換えられる。

(a)から(b)の式展開には、(7-2-2) が用いられ、(c)から(d)の式展開には、(7-2-1) が用いられている。

参考文献

G.S.マダラ (1996)、「計量経済分析の方法」、シーエーピー出版、pp.34-41

河合祐子・糸田真吾(2007)、「クレジット・デリバティブのすべて 第2版」、財経詳報社

竹内啓(1963)、「数理統計学」、東洋経済新報社、pp.232-234

東京大学教養学部統計学教室編(1992)、「基礎統計学Ⅲ 自然科学の統計学」、東京大学出版会pp.151-152 西田英郎(1988)「クラスター分析とその応用」、内田老鶴圃

日本銀行金融市場局、「デリバティブ取引に関する定例市場報告」の調査結果

室町幸雄(2005)、「クレジット・デリバティブ市場の最新動向-インデックスの開発と社債市場との 関係 - |、『ニッセイ基礎研REPORT』 2005年 2 月号

室町幸雄(2007)、「信用リスク計測とCDOの価格付け」、朝倉書店

吉井一洋・古頭尚志(2007)、「よくわかる新BIS規制 バーゼルⅡの理念と実務」、金融財政事情研究会