

Solow 型 2 国モデルによる経済成長、実質金利および 貯蓄投資バランスの考察

経済調査部門 主任研究員 石川 達哉
ishikawa@nli-research.co.jp

<要旨>

1. 本稿の目的は、開放経済下の長期的経済成長がどのような要因によって規定されているか、高齢化に伴って内外の貯蓄率や労働力人口増加率が外生的に変化した場合に、所得水準・成長率・金利はどう変化するのか、また、どのような条件の下で貯蓄投資バランスは赤字化するか、などの点について、新古典派成長理論の枠組みで定性的かつ定量的に分析することにある。特に、「開放経済下では国内の貯蓄は経済成長の制約要因にはならない」「高齢化の影響を受けて、かりに貯蓄率が低下しても、投資率も低下する可能性があるので、貯蓄投資バランスがどうなるかはわからない」「高齢化が必ずしも貯蓄率の低下をもたらすとは限らない」と言われることに対して、理論分析を通じてこれらに対する答えの範囲を絞り込み、現実のデータと照らし合わせることによって具体的な数字の提示を試みる。
2. 開放経済下における経済成長の意義を明らかにするため、外国の果たす役割の大きさに応じて「閉鎖経済モデル」「開放経済下の小国モデル」「開放経済下の2国モデル」の3つの「Solow 型経済成長モデル」を想定し、コブ・ダグラス型生産関数の下での定常解や移行過程の性質を比較する。国際資本移動が不十分で、資本ストック蓄積に対する海外資金の役割が小さい状況に合致するのが「閉鎖経済モデル」、国際的な実質金利均等化が実現し、海外からの資金供給の役割が最も強く働く状況に合致するのが「開放経済下の小国モデル」、両者を特殊ケースとして内包できる、より一般的な状況に合致するのが「開放経済下の2国モデル」である。
3. 「Solow 型閉鎖経済モデル」においては、定常状態の「効率単位で見た就業者1人当たり資本ストック」「効率単位で見た就業者1人当たり実質 GDP」「実質金利」が、粗貯蓄率・就業者数増加率（労働力人口増加率）・技術進歩率・資本分配率・資本減耗率という5つの外生的パラメーターで明示的に表現できる。このうち、粗貯蓄率・就業者数増加率・技術進歩率は長期的に変化し得る。現実の経済が定常状態に向かって移行する際の収束速度については、粗貯蓄率以外の4つのパラメーターで決まる。どの内生変数も、現状が定常解より低水準であれば上昇を続けるし、高水準であれば低下を続ける。なお、定常状態における「効率単位で見た就業者1人当たり消費」が最大化する「黄金律」の下では「実質金利は実質 GDP 成長率に等しい」状況が成立する。そのために必要な条件は、コブ・ダグラス型生産関数の下では、粗貯蓄率が資本分配率に一致することである。「現実の経済が定常状態に到達」「粗貯蓄率が資本分配率に一致」の条件が満たされなければ、通常、実質金利と実質 GDP 成長率は等しくならない。

本稿の執筆に際して、深尾京司教授（一橋大学）から貴重なコメントを頂いたことに対して謝意を表したい。しかし、残りうべき過誤は筆者の責に帰するものである。

4. 「Solow 型小国モデル」においては、「実質金利」が外生的な外国実質金利に固定されるため、定常状態の「効率単位で見た就業者 1 人当たり資本ストック」「効率単位で見た就業者 1 人当たり実質 GDP」も外国実質金利中心に決定され、粗貯蓄率・就業者数増加率・技術進歩率という国内要因は全く影響力を持たない。移行過程も存在せず、収束速度は無限大である。この状況は、経済規模が極めて小さく、かつ、内外に開かれた金融市場を持つ国に関しては、非現実的とは言えない。なお、外国実質金利が $(\text{就業者数増加率} + \text{技術進歩率}) \div \text{粗貯蓄率}$ より小さければ、「効率単位で見た就業者 1 人当たり対外純資産」は一定値に収束する。このとき、外国実質金利の方が閉鎖経済モデルにおける実質金利の定常解よりも小さければ、貯蓄投資バランスは負となり、大きければ正となる。
5. 「Solow 型 2 国モデル」は、「日本」と「外国」それぞれの貯蓄と投資が乖離し、国際資本移動が両国の資本蓄積と経済成長に反映される構造を持っている。2 国の実質金利が均等化する条件から両国の「効率単位で見た就業者 1 人当たり資本ストック」「効率単位で見た就業者 1 人当たり実質 GDP」は常に一致する。2 国計で見た総貯蓄と総投資が一致するという条件も加えて導出した定常解は「Solow 型閉鎖経済モデル」のそれに相似している。すなわち、定常状態の「効率単位で見た就業者 1 人当たり資本ストック」「効率単位で見た就業者 1 人当たり実質 GDP」「実質金利」は、両国の粗貯蓄率・就業者数増加率・技術進歩率・資本分配率・資本減耗率で明示的に表現できる。各々のパラメーターについて、両国の「効率単位で見た就業者数」をウエイトとして加重平均し、それらを 2 国統合ベースのパラメーターとみなして「閉鎖経済モデル」に当てはめると、結果的に等しい。ただし、両国のウエイトは年々変化するため、定常解も年々変化する。また、貯蓄投資バランスを決める主たる要因は、「粗貯蓄率」と「就業者数増加率および技術進歩率と資本減耗率の和」それぞれの 2 国間差異である。
6. 国内のパラメーターが定常解に与える影響について 3 つのモデルの偏微係数を比較すると、「小国モデル」では基本的に 0 である。「閉鎖経済モデル」と「2 国モデル」の正負の符号は同じで、粗貯蓄率は「効率単位で見た就業者 1 人当たり資本ストック」「効率単位で見た就業者 1 人当たり実質 GDP」に対して正、「実質金利」に対して負の影響を与える。就業者数増加率と技術進歩率が及ぼす影響の正負はこれらの丁度反対である。効果の大きさの絶対値は、外国のパラメーターを全く含んでいない「閉鎖経済モデル」が一番大きく、国内パラメーターの影響が 0 となる「小国モデル」が一番小さく、「2 国モデル」が両者の間に位置する。
7. 「2 国モデル」に関して、粗貯蓄率・就業者数増加率・技術進歩率が定常解に与える影響について内外のパラメーターの偏微係数を比較すると、どの外国パラメーターの効果も日本のパラメーターの効果の定数倍となる。その定数とは、「効率単位で見た就業者数」の内外比である。また、「日本の貯蓄投資バランスの GDP 比」の定常解に対する効果については、日本の就業者数増加率・技術進歩率は常に正、外国の就業者数増加率・技術進歩率は常に負である。他のパラメーターに通常値を想定すると、日本の粗貯蓄率は正、外国の粗貯蓄率は負の影響を及ぼす。

8. 以上の分析結果に加え、80年代半ば以降に国際資本移動が活発化し、かつ、先進国間の実質金利の収斂が進んだという事実、現在の日本が世界 GDP の 15%、世界の粗貯蓄の 18% を占めるという事実を踏まえれば、現状および今後の日本経済を論ずる際には「2 国モデル」を用いるのが適切と考えられる。例えば、「外国」に「日本以外の OECD 諸国」を当てはめ、「外国の経済規模：日本の 6.5 倍、内外の資本分配率：33%、内外の技術進歩率：1%、粗貯蓄率：日本 30%、外国 22%、就業者数増加率：日本 1%、外国 2%、資本減耗率：日本 8%、外国 5%」を代入すると、現在の定常解は「実質金利」が 3.8%、「日本の貯蓄投資バランスの GDP 比」は 2.1%となる。「効率単位で見た就業者 1 人当たり GDP」の定常解を「自然単位」ベースに換算すると、842 万円である。現在の「自然単位で見た 1 人当たり GDP」の実績値はその 92%に相当する 771 万円であるから、日本経済は定常状態のかなり近いところに位置していることになる。各条件が今後も変わらなければ、経済はこの定常解に向かってさらに進んでいくが、1 人当たり GDP 成長率は定常状態からの乖離率に比例するので、成長率は低位にとどまる。ただし、今後の高齢化の進行に伴って、定常解を規定する条件も変化すると考えられる。

9. 高齢化の影響は、端的には、労働力人口の減少と従属人口比率の上昇を通じて現れるであろう。重要なのは、高齢化は日本のみならず他のすべての先進国においても進行すること、その度合いとタイミングが一樣ではないことである。粗貯蓄率に関しては必ず低下するとは言えないので、「従属人口比率を説明変数とする粗貯蓄率関数」の計測結果などから下限値を想定し、変化しない場合を上限値として前提条件の幅を設定すれば、高齢化の影響を反映した定常解の試算が可能である。例えば、前述の想定に対して「内外の就業者数増加率が 2% ずつ低下、粗貯蓄率は内外不変」「内外の就業者数増加率が 2% ずつ低下、粗貯蓄率は日本 10% 低下、外国 5% 低下」「内外の就業者数増加率が 2% ずつ低下、粗貯蓄率は日本 20% 低下、外国 10% 低下」という 3 つのシミュレーションを実施すると、きわめて対照的な結果が得られる。基準ケースの定常解と比べて、「効率単位で見た就業者 1 人当たり実質 GDP」はそれぞれ上昇、ほぼ同水準、低下、「実質金利」はそれぞれ低下 (1.0%)、ほぼ同水準 (3.9%)、上昇 (9.6%) である。「日本の貯蓄投資バランスの GDP 比」はそれぞれ黒字縮小 (0.6%)、赤字 (-2.2%)、より大きな赤字 (-5.0%) となる。つまり、効率単位で見た 1 人当たり実質 GDP や実質金利の方向性に関しては今後の粗貯蓄率次第と言えるが、貯蓄投資バランスは黒字縮小か赤字化のいずれかで、黒字拡大の可能性は低いことを示唆している。これらは一例に過ぎないが、「Solow 型 2 国モデル」を用いた試算結果の比較を通じて、実現し得る日本経済の範囲を絞り込むことが可能であろう。

はじめに

本稿の目的は、Solow 型 2 国モデルを用いて、開放経済下の長期的経済成長がどのような要因によって規定されているか、高齢化に伴って内外の貯蓄率や労働力人口増加率が外生的に変化した場合に、所得水準・成長率・金利はどう変化するのか、どのような条件の下で貯蓄投資バランスは赤字化するかなどについて、現実のデータと照らし合わせながら、新古典派成長理論の枠組みで定性的かつ定量的に検討することにある。中心課題は、内外で異なる粗貯蓄率・労働力人口増加率・技術進歩率など少ないパラメーターで解を明示的に表現することのできる理論モデルの構築とその特性分析である。具体的には、「日本」と「外国（その他世界）」からなる 2 国を想定し、コブ・ダグラス型の生産構造の下で、定常状態およびその移行過程における 1 人当たり実質 GDP 水準とその変化率、実質金利、貯蓄投資バランスがいかに決定されるか、解明を試みる。分析の軸に据えるのは、「Solow 型 2 国モデル」であるが、経済成長が開放経済の下で実現することの意義を考察するため、「Solow 型閉鎖経済モデル」および「Solow 型小国モデル」との比較検討も行う。

高齢化と経済成長の関係については、まず、考えられるのは、労働力人口の減少と従属人口比率の上昇を通じた効果である。確実ではないが、貯蓄率が低下する可能性も高い。これらの影響を、成長理論の枠組みで検討するのである。

日本の総貯蓄の対 GDP 比は現在でも先進国の上位にランクされるものの、過去 30 年間で 12% も低下し、他国との差は大幅に縮小している。将来は日本が貯蓄不足の国に転じることも十分にあり得る。もっとも、「開放経済下では国内の貯蓄は経済成長の制約要因にはならない」と言われる。もし、日本が閉鎖経済下であれば、経済成長を支える資本ストックの蓄積は国内の貯蓄に支配される。しかし、開放経済下では、投資のための資金がかりに国内の貯蓄だけでは不足しても、海外から借入れできるからである。日本が世界の資金フローにはほとんど影響を与えないほど小さな経済規模の国であれば、海外資金を容易に調達でき、国内の貯蓄の役割など無に等しいかもしれない。だが、世界の GDP の 15%、貯蓄の 18% を占める日本は、世界の貯蓄や投資に多少なりとも影響を与え、また、世界から影響を受けている国と考えるべきであろう。

こうした世界との相互依存関係の中で、高齢化の進行に伴って日本の貯蓄投資バランスはどのように変貌するのだろうか。この点に関しても、「かりに貯蓄率が低下しても、投資率も高齢化の影響を受けて低下する可能性があるので、貯蓄投資バランスがどうなるかはわからない」とよく言われる。また、「高齢化が必ずしも貯蓄率の低下をもたらすとは限らない」という見方も存在する。貯蓄率が変化しない場合も含めて、高齢化を背景とした貯蓄率や労働力人口の変化に伴う投資サイドの変化は、成長理論の枠組みで十分に検討できる問題である。

そして、高齢化が進行するのは日本に限らない。すべての先進国が更なる高齢化の時代を迎える。重要なのは、その程度やタイミングが一様ではないことである。

以上を踏まえれば、開放経済下における今後の経済成長や高齢化の影響を論ずるには、日本と外国との関係を明示的に組み込んだ 2 国モデルがふさわしいことが、容易に推察される。ただし、開放経

済であっても国際資本移動が十分ではなくて資本ストック蓄積に対する海外資金の役割が小さければ、経済成長の本質は閉鎖経済と変わらない。つまり、分析モデルとしての基本型は「閉鎖経済モデル」である。また、海外からの資金供給の役割を最も強く具現するモデルは、「開放経済下の小国モデル」である。そして、両者を特殊ケースとして内包できる、より一般的なモデルが「開放経済下の2国モデル」である。

その3つのモデルのベースとなる理論的枠組みは1財のSolow型モデルである。Solow型モデルを採用することには、次のメリットがある。第一に、元来の構造がシンプルなため、各パラメーターに国別の差異を導入しても、解を明示的な形で数式的に表現しやすい。第二に、変数とパラメーターはすべて現実に観測されるデータと照合できるため、モデルの現実的説明力を統計から簡便に検証できる。第三に、過剰貯蓄・過少貯蓄の可能性を排除せず、それを外生的な貯蓄率を通じて扱える。これらの結果として、前提条件に応じて、定常状態や移行過程における1人当たり実質GDPおよびその成長率、実質金利、貯蓄投資バランスを具体的な数値として示し、現実と対比することができる。2国モデルの場合には、各パラメーターについて内外の影響力の違いを簡単に試算することができる。

以下では、まず、「Solow型閉鎖経済モデル」、「Solow型小国モデル」、「Solow型2国モデル」の順で、それぞれのモデルにおける定常状態および移行過程の性質、粗貯蓄率・労働力人口増加率・技術進歩率の効果を分析する。次に、その結果を踏まえて、モデル相互の関係や現実的妥当性について検討する。最後に、2国モデルの各パラメーターに妥当と思われる数値の組み合わせを幾つか代入することにより高齢化の影響について試算し、現在と将来の具体的な経済像を比較する。また、最適化行動の結果として粗貯蓄率が内生的に決定されるRamsey型モデルに基づく検討は補論で行う。

なお、1財モデルであるため、物価や交易条件は考察対象外である。また、すべての内生変数は実質ベースで表記している。

1. Solow型2国モデルの構築とその特性の分析

(1) 基本型としてのSolow型閉鎖経済モデルの特性

開放経済下の小国モデルおよび2国モデルの検討を行うに先立って、その出発点となる閉鎖経済モデルの基本的構造を再確認することから始める。後の議論で明確なインプリケーションを得るため、生産関数はコブ・ダグラス型に特定化し、資本の限界生産力や1人当たり資本ストック、1人当たり実質GDPの定常解を明示的な形で表現することにした。定常解は、国内の粗貯蓄率・就業者数増加率(労働力人口増加率)・技術進歩率および資本分配率・資本減耗率によって記述される。

なお、当節で取扱うのはきわめて教科書的なSolowモデルであり、記述に際しては、Barro and Sala-i-Martin (1995)、Romer (1996)、Jones (1998)を参考にした。

基本的想定と資本蓄積の動学方程式

Solow 型経済成長モデルに従うと、閉鎖経済下における「効率単位で見た (in efficiency units) 就業者 1 人当たり実質 GDP」「効率単位で見た就業者 1 人当たり資本ストック」は、次の体系で表される。

$$Y_t = K_{t-1} (A_0 e^{(n+\delta)t} L_0 e^{nt})^{\alpha} \quad \dots\dots (1) - 1$$

$$Y_t = C_t + I_t \quad \dots\dots (1) - 2$$

$$C_t = (1 - s)Y_t \quad \dots\dots (1) - 3$$

$$K_t = (1 - \delta)K_{t-1} + I_t \quad \dots\dots (1) - 4$$

$$y_t = Y_t / (e^{(n+\delta)t} A_0 L_0) = y_t / (A_0 e^{(n+\delta)t}) = k_{t-1} \quad \dots\dots (1) - 5$$

$$k_{t-1} = K_{t-1} / (e^{(n+\delta)t} A_0 L_0) = k_{t-1} / (A_0 e^{(n+\delta)t}) \quad \dots\dots (1) - 6$$

Y：実質 GDP、K：実質資本ストック、 A_0 ：技術水準の初期値、 L_0 ：自然単位で測った就業者数の初期値、 y ：効率単位で測った就業者 1 人当たり実質 GDP、 y ：自然単位で測った就業者 1 人当たり実質 GDP、 k ：効率単位で測った就業者 1 人当たり実質資本ストック、 k ：自然単位で測った就業者 1 人当たり実質資本ストック、C：実質消費（民間・政府計）、I：実質固定資本形成（民間・政府計）、s：粗貯蓄率、r：実質金利、 δ ：分配パラメーター、 δ ：ハロッド中立型技術進歩率、 δ ：資本減耗率、n：就業者数増加率

なお、在庫投資はゼロと仮定する。また、以後の議論では、時点を表す添字 t が直接影響する場合を除いて、添字 t は省略する。

上記で注意しなければならないのは、貯蓄率 s は固定資本減耗を含む「粗 (Gross)」概念であることだ。現実の国民経済計算統計に照らし合わせると、「一般政府」「非金融法人企業」「金融機関」「家計」「対家計民間非営利団体」の純貯蓄と固定資本減耗の総和が GDP に占める割合に相当する⁽¹⁾。ちなみに、日本の粗貯蓄率は現在でも 28%と先進国の最上位にランクされるが、純貯蓄率では 9%と中位にとどまっている。

閉鎖経済においては、粗投資（固定資本形成）と粗貯蓄、および、純投資（固定資本形成）と純貯蓄はそれぞれ一致するから、次式が成り立つ。

$$K = I - K = sY - \delta K \quad \dots\dots (1) - 7$$

これを「効率単位で見た就業者」1 人当たりベースに換算すると、「資本蓄積の動学方程式」が得られる。経済成長の経路を規定する貯蓄と資本ストックの関係が、就業者数増加率（本稿では需給ギャップや失業率は考察対象外であり、就業者数増加率は労働力人口増加率と同義である）技術進歩率、資本減耗率との関連も含めて、次式に集約されている。

⁽¹⁾ OECD の「Economic Outlook」においては、「Gross National Savings」に関する統計表が掲載されている。また、各国の SNA 統計を同一基準で表示する「National Accounts」には「Net Savings」しか表掲されていないが、それが純概念のものであり、粗概念のものではないことを明確にしている。なお、日本の SNA 統計である内閣府「国民経済計算年報」においては、単に「貯蓄」と表記されているが、固定資本減耗との関係から、それが純概念に基づくものであることが明確に理解できるようになっている。

$$k = sk - (n + \delta)k \quad \dots (1) - 8$$

社会的な関心が高いのは「自然単位で見た (in natural units) 就業者 1 人当たり実質 GDP」の成長率 y/y (ないし、実質 GDP 成長率 Y/Y) と実質金利 r に関してであると思われるので、これらがどのように表現されるか、整理しておきたい。

まず、(1) - 5、(1) - 6 式を対数変換して全微分すると、次式が得られる。

$$y/y = y/y - \delta = k/k = (k/k - \delta) \quad \dots (1) - 9$$

よって、

$$y/y = k/k + (1 - \delta) \quad \dots (1) - 10$$

コブ・ダグラス型の生産構造の下では、ハロッド中立型技術率 δ を変形すると TFP 上昇率に読み替えられる。すなわち、(1) - 10 式の右辺第 2 項は TFP 上昇率に等しい。

$$TFP/TFP = Y/Y - K/K - (1 - \delta) L/L = y/y - k/k = (1 - \delta) \quad \dots (1) - 11$$

また、(1) - 8 式の両辺を k で除すことにより、

$$k/k = sk^{-1} - (n + \delta) \quad \dots (1) - 12$$

実質金利 r は資本の限界生産力と資本減耗率の差に等しいから、

$$r = y/k - \delta = y/k - \delta = k^{-1} - \delta \quad \dots (1) - 13$$

(1) - 12、(1) - 13 式より、

$$r = (k/k + n + \delta) / s - \delta = (K/K + \delta) / s - \delta \quad \dots (1) - 14$$

逆に、実質金利 r を所与とした場合、それに対応する効率単位で見た就業者 1 人当たり資本ストック k は次式で与えられる。

$$k = \{s / (r + \delta)\}^{1/(1-\alpha)} \quad \dots (1) - 15$$

1 人当たり資本・生産と金利の定常解と移行過程

定常状態 (Steady State) の k^* 、 y^* 、 r^* を (1) - 8 式において $k=0$ という条件から求めると、次のとおりである。

$$k^* = \{s / (n + \delta)\}^{1/(1-\alpha)} \quad \dots (1) - 16$$

$$y^* = \{s / (n + \delta)\}^{\alpha/(1-\alpha)} \quad \dots (1) - 17$$

$$r^* = (n + \delta) / s - \delta \quad \dots (1) - 18$$

統計に照らし合わせると、日本の場合、資本減耗率 δ は 7% (68SNA ベース) ないし、8% (93SNA ベース) 資本分配率 α は 33% (個人企業の営業余剰の一部を雇用者報酬に計上した

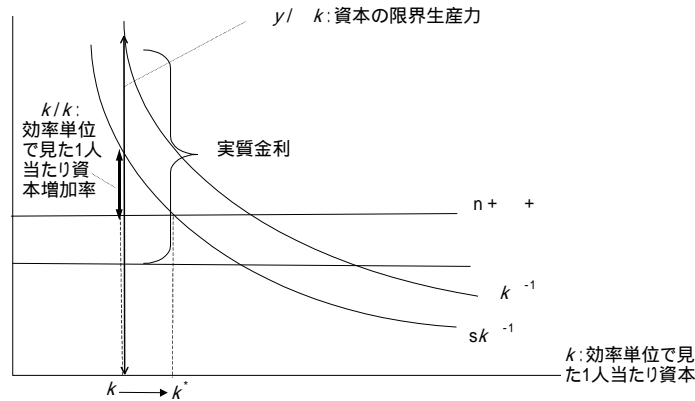
場合。調整を行わない場合の δ は 40%) 前後で長期的に安定している。より重要なのは、粗貯蓄率 s 、就業者数増加率 n 、技術進歩率 g の 3 つのパラメータであり、これらが定常状態における就業者 1 人当たり資本ストック k^* 、就業者 1 人当たり実質 GDP (生産) y^* 、実質金利 r^* (以後、就業者 1 人当たり資本ストック、就業者 1 人当たり実質 GDP、実質金利の「定常解」と呼ぶ) を規定する。

当然ながら、定常状態においては、以下が成り立つ。

$$\dot{k}/k = \dot{y}/y = 0 \quad \dots\dots (1) - 19$$

$$k^*/k^* = y^*/y^* = \dots\dots (1) - 20$$

図表 - 1 定常状態と移行過程における主要変数の関係



では、定常状態に達するまでの現実の就業者 1 人当たり資本ストック k はどのように決まるのだろうか (k が定まれば、生産関数を通じて y と r も定まる)。この問題は、現実の就業者 1 人当たり資本ストックがどのような速度で定常状態へと収束していくかという、移行過程 (Transitional Dynamics) を問うことに等しい。その「絶対的収束 (Absolute Convergence)」の速度の理論値 に関しては、 $(1 - \delta)(n + g)$ として求められることが Barro and Sala-i-Martin (1995) によって証明されている。すなわち、

$$\dot{k}/k = -\lambda \ln(k/k^*) = -(1 - \delta)(n + g) \ln(k/k^*) \quad \dots\dots (1) - 21$$

(1) - 21 式の意味するところは、定常解 k^* と現実の k の乖離率 ($-\ln(k/k^*)$ ($(k^* - k)/k^*$) に一定割合 λ を乗じた値が、効率単位で見た就業者 1 人当たり資本ストックの増加率 \dot{k}/k に等しい、というものである。乖離率 $\times \lambda$ というペースで k が増加することにより、 k と k^* の乖離が縮小し、乖離率が小さくなると増加率 \dot{k}/k も低下する。

実際、戦前、戦後の日本における 1 人当たり資本ストックの増加率が 1 人当たり資本ストック水準の蓄積に伴って低下しており、それが収束過程として実証できることを示した研究事例

が存在する⁽²⁾。

上で述べた移行過程とは、定常解自体は固定されていて、現状と定常解の乖離があれば、現状が定常状態に向かって収束していくプロセスを念頭においている。しかし、定常解が不変なものとは限らない。(1) - 16 ~ 18 式における定常解を規定する各種パラメーターのうち、粗貯蓄率 s 、就業者数増加率 n 、技術進歩率 g の3つについては、十分に変わり得るからである。どれかが変化すれば、定常解もそれに見合った値とシフトする。つまり、現実の経済においては、定常状態そのもののシフトと、定常状態への移行の両方が同時に起こっていると言える。

例えば、粗貯蓄率 s が低下すると、(1) - 18 式から明らかなように、実質金利の定常解 r^* は上昇する。同時に、(1) - 16 式で決定される1人当たり資本 k^* の低下によって、現実の k と k^* との乖離率も縮小するため、(1) - 21 式で表わされる1人当たり資本の増加率 \dot{k}/k は低下する。(1) - 14 式で示される移行過程における現実の実質金利 r は両方の影響を受けるが、現在より上昇するか下落するかは、結局、新しい定常解と現状との大小関係で決まる。新しい定常解 r^* が現在の r よりも高水準であれば、 r は r^* に向かって上昇を続ける。逆に、低水準であれば、下落を続ける。

また、(1) - 16、(1) - 17、(1) - 19 式が示すように、粗貯蓄率 s が下落した場合、1人当たり資本ストック k^* や1人当たり実質 GDP y^* の定常解の水準は影響を受けるが、それらの成長率は影響されない。しかし、 k^* の低下に伴う \dot{k}/k^* の上昇によって、移行過程における1人当たり資本ストックの増加率 \dot{k}/k と1人当たり実質 GDP 成長率 \dot{y}/y の経路は、元の定常解に対応する経路よりも低水準となる。つまり、新しい移行過程における成長率は従前より低下する。

それゆえ、今後の1人当たり実質 GDP 成長率や実質金利がどのような経路を辿るかを見極めるためには、定常解が定量的にどのような値をとるのかを知ることが必要である。そして、そのためには、(1) - 16 ~ (1) - 18 式のように明示的な形で表現され、 s 、 n 、 g などのパラメーターに適切な値を代入すれば定常解の値が一意的に定まるような枠組み、で検討することが重要

⁽²⁾ $\beta = 1/3$ 、 $n = 0.01$ 、 $g = 0.02$ 、 $\delta = 0.05$ を代入した収束速度 \dot{k}/k の理論値 5.6%が実証的計測値 1.5% ~ 3%と乖離することが、Barro and Sala-i-Martin らによって指摘されている。彼らの解釈は、資本を物的資本のみでなく人的資本も含めた広義資本として捉えれば、 $\beta = 0.75$ が代入可能であり、理論値と実証的計測値との乖離が解消されるというものである。そうした論考は人的資本の役割を重視する内生的成長理論の発展を後押しさせる意味で極めて意義深いものである。

ただし、日本の都道府県データに基づく収束速度の計測値は、塩路(2000)では1.4% ~ 8.9%、石川(2000)では3.4% ~ 12.9%と、社会資本の効果を加味した場合に高めの計測値が得られている。 $\beta = 0.4$ 、 $n = 0.01$ 、 $g = 0.01$ 、 $\delta = 0.08$ を代入した場合の \dot{k}/k の理論値 6%はこれらの範囲に入り、人的資本を明示的に導入しなくても、矛盾は生じない。人的資本の役割は重要だが、Solow モデルにおいても、人的資本は労働の質的向上を示すハロッド中立的技術進歩率 g に反映されており、成長経路や収束過程の本質が損なわれているとは言えない。また、Jones(1998)は、技術進歩率を外生的に扱うことが重大な欠点とされる伝統的な新古典派成長理論に対して、内生的成長理論の立場からその今日的な意義づけを行っている。

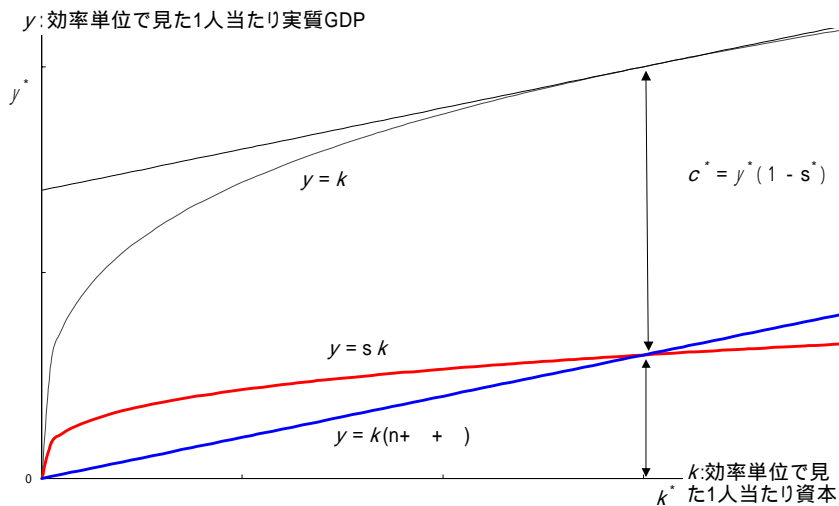
である。これが本稿を貫く基本スタンスである。

黄金律：1人当たり消費最大化の条件

Solow モデルは、補論で扱う Ramsey モデルとは異なって、効率単位で見た1人当たり実質消費が最大化するような資本蓄積は自律的には達成されない。そのために必要な条件について考察したい。本稿が前提とするコブ・ダグラス型の生産構造の下では、粗貯蓄率 = 資本分配率を満たさなければならない。

定常状態における就業者1人当たり実質消費を最大化するための条件を図解すると、図表 - 2 のとおりである。

図表 - 2 黄金律の資本ストックと主要変数の関係



定常状態における「効率単位で見た就業者1人当たり実質消費」を c^* とおけば、一般に、最大の c^* は k^* における限界生産力が $(n +)k$ 直線の傾きと等しくなるときに実現する。すなわち、

$$r^* = y^*/k^* - (n +) = K^*/K^* = Y^*/Y^* \dots\dots (1) - 22$$

実質金利の定常解は就業者数増加率と技術進歩率の和に等しく、さらに、定常状態における資本ストック増加率および実質 GDP 成長率と一致する。この実質金利に対応する就業者1人当たり資本ストックの水準より大きくても、小さくても c^* を実現することはできないから、これは資本蓄積の「黄金律 (Golden Rule)」と呼ばれている。

コブ・ダグラス型生産関数を前提とする本稿のモデルにおいて、(1) - 22 式が成立する条件は、 $y^*/k^* = (n +)/s = n + +$ より、

$$s = \dots\dots (1) - 23$$

すなわち、粗貯蓄率が資本分配率と等しいということである。

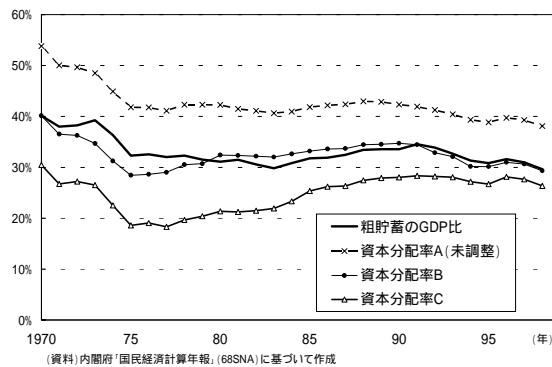
また、(1) - 14 式に(1) - 23 式を代入し、この条件を反映させると、

$$r = K/K \quad \dots\dots (1) - 24$$

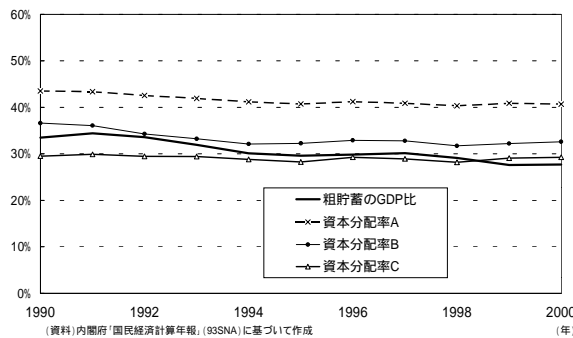
つまり、移行過程における実質金利は資本ストック増加率に等しいことになる。

これらの関係の現実的妥当性を確認するため、まず、日本の実績データで粗貯蓄率 s と資本分配率 の推移を見ると、図表 - 3、図表 - 4 のとおりである。

図表 - 3 日本の粗貯蓄の GDP 比と資本分配率 (68SNA)



図表 - 4 日本の粗貯蓄の GDP 比と資本分配率 (93SNA)



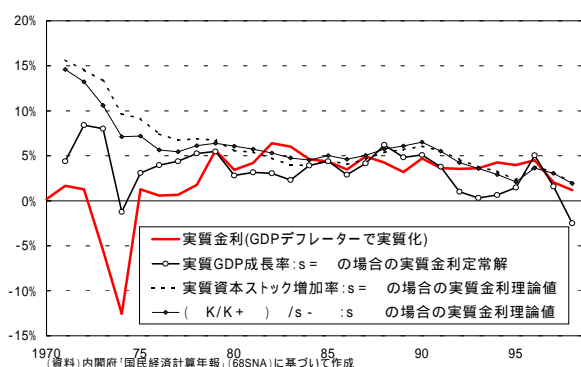
(注) 資本分配率 A = (営業余剰 + 固定資本減耗) ÷ (雇用者報酬 + 営業余剰 + 固定資本減耗)
 資本分配率 B = 1 - (1 - 資本分配率 A) × (雇用者報酬 + 民間法人企業所得 + 公的法人企業所得 + 個人企業所得) ÷ (雇用者報酬 + 民間法人企業所得 + 公的法人企業所得)
 資本分配率 C = 1 - (1 - 資本分配率 A) × 就業者数 ÷ 雇用者数

国民経済計算統計においては、個人企業（自営業者）に関して、資本提供者としての報酬も労働者としての報酬もすべて、「営業余剰・混合所得」に計上されているため、これをいかに概念修正するか、しないかによって、計測された資本分配率の水準はかなり異なる。修正した資本分配率 B と粗貯蓄率を比べるとほぼ同水準であり、過去 30 年間の日本経済に関しては、粗貯蓄率 = 資本分配率という条件はおおむね満たされていると言えよう。ただし、直近の 2000

年実績値で見ると、修正資本分配率 33%に対して粗貯蓄率 28%と両者の乖離がやや拡大していることにも留意すべきである⁽³⁾。

図表 - 5 は、実質金利の実績値を、(1) - 14 式による理論値、資本ストック増加率、実質 GDP 成長率と対比したものである。70 年代後半以前は国債流通市場が十分に機能していなかったため、実質金利算定のベースとなる名目国債利回りが実勢を反映していない可能性もあり、80 年代以降に注目されたい。

図表 - 5 実質金利の推移



(1) - 14、(1) - 24 式と(1) - 22 式は需給ギャップの存在や海外の影響を一切考慮しておらず、これらによって表わされる実質金利の理論値や定常解は、かなり単純化されたものである。それでも、80 年代以降の実質金利の実績値は、(1) - 14 式による「理論値」や(1) - 24 式が示す資本ストック増加率、に近い水準で推移してきたと言える。

もし、海外の影響が一切反映されていない閉鎖経済モデルが本当に妥当し、今後も粗貯蓄率 = 資本分配率という条件が満たされるならば、現実の経済が定常状態に近づくにつれて実質金利は実質 GDP 成長率にほぼ等しい水準で推移することになる。少なくとも、「実質金利は実質 GDP 成長率にほぼ等しい」とする通説に一定の根拠を与えるものと言えよう。しかし、今後の高齢化などに伴って粗貯蓄率が低下し、資本分配率と著しく乖離する状況になれば、閉鎖経済モデルが妥当する場合でも、実質金利が実質 GDP 成長率と同水準になるということは当てはまらないであろう。

⁽³⁾ ちなみに、日本以外の OECD 諸国の粗貯蓄率の加重平均値は 20%程度である。すでに述べたように粗貯蓄率との大小関係は資本分配率の計測方法に依存するため、これらの材料のみで現状の経済が過少貯蓄、過少蓄積とは言えない。また、補論で示すように、Ramsey 型モデルにおける「修正黄金律」の資本ストックは Solow 型モデルにおける黄金律のそれより低水準である。現状の貯蓄率が最適かどうかを修正黄金律の観点から検討した最近の実証研究としては、大山・吉田(1999)がある。

具体的数値事例による検討

そして、各種パラメーターに現実的に妥当と思われる値を代入して、定常解を求めた結果は、図表 - 6 のとおりである。

図表 - 6 閉鎖経済モデルにおける具体的数値事例

【前提】

資本分配率		33.0%
就業者数増加率	n	1.0%
技術進歩率		1.0%
資本減耗率		8.0%
粗貯蓄率	s	30.0%

【定常解】

1人当たり資本ストック k		5.15
1人当たり実質GDP	y	1.72
資本係数	k/y	3.00
実質金利	r	3.00%

定常解 k^* 、 y^* は、効率単位で見た就業者 1 人当たりベースの概念に基づくものであるため、自然単位で見た就業者 1 人当たりベースに換算して現状との比較を行うためには、実績データから現在の技術水準 A_t を求める必要がある。

まず、2000 年の GDP は 513.5 兆円、期首固定資産（資本ストック）は 1196.9 兆円、就業者数は 6661 万人である。したがって、自然単位で見た就業者 1 人当たり国内総生産 y_t は 771 万円、自然単位で見た就業者 1 人当たり資本ストック k_t は 1797 万円である。ここで、資本分配率 $= 0.33$ として、 $(y_t/A_t) = (k_t/A_t)$ を満たす A_t を計算すればよい。すなわち、

$$A_t = y_t^{1/(1-0.33)} k_t^{-(0.33/(1-0.33))} = 508$$

そして、 $y_t^* = A_t y_t$ 、 $k_t^* = A_t k_t$ 、として、図表 - 6 の定常解を現時点での自然単位で見た就業者 1 人当たりベースに換算すると、 $y_t^* = 873$ 万円および $k_t^* = 2619$ 万円が得られる。現状は定常状態の 88% の水準と計算され、ここまでの諸前提が適切であれば、現在の日本経済は定常状態のかなり近い所にあると言える。

なお、資本係数（資本産出比率）に関しては、効率単位で見た就業者 1 人当たりベースで計算しても、自然単位で見た就業者 1 人当たりベースで計算しても、同じである。定常状態における資本係数 3.00 に対して、2000 年の実績値は 2.33 である。

現実のデータとの対応関係では、 s 、 n 、 r が様々な値をとり得るにもかかわらず、定常状態に到るまでの移行過程における k の値の範囲は、実際にはかなり限定されることも付言すべきであろう。これには、 $s = 33\%$ 、 $r = 8\%$ という 2 つのパラメーターが基本的に変化しないこと

が関係している。かりに、現実の実質金利 r のとり得る値を上限 25%、下限 0% とすると、対応する k は、(1) - 15 式によって、1 から 8.378 の間にとどまることがわかる。こうした性質は「効率単位で見た就業者 1 人当たり」ベースの k や y に限定され、「自然単位で見た就業者 1 人当たり」ベースの k や y には当てはまらない。また、この k に対応する資本係数の範囲はさらに狭く、1 から 4.125 の間にとどまる。日本以外の国についても資本分配率は国際的に異ならないので、資本減耗率と資本係数の値さえ把握できれば、その国の経済が定常状態から近いかわきを判断することが可能である。

(2) 開放経済下の Solow 型小国モデルの特性

次のステップとして、経済成長モデルとしての理論的枠組みは Solow 型閉鎖経済モデルからそのまま継承しつつ、「開放経済下の小国の仮定」を導入することによって体系を修正し、定常解や移行過程などモデルの特性がどのように変わるか考察する。

その結果、「小国モデル」の 1 人当たり資本ストックおよび 1 人当たり実質 GDP の定常解は、「閉鎖経済モデル」において重要な役割を担っていた粗貯蓄率・就業者数増加率・技術進歩率という国内パラメーターの影響を全く受けず、外国実質金利主導で決まることが示される。また、貯蓄投資バランスの正負に関しては、外国実質金利が閉鎖経済の下での実質金利の定常解よりも高ければ、貯蓄投資バランスは正となり、低ければ負となる。

閉鎖経済モデルとの想定上の相違点：貯蓄と投資の乖離と対外資産からの収益

まず、生産構造は閉鎖経済モデルと同じである。外国との取引が存在することによる体系の修正は、支出面で純輸出（入）を導入し、貯蓄と投資の乖離、資本の流出入を認める点である。「小国の仮定」から、国内実質金利は外生的な外国（世界）実質金利に一致する。「外国」に関して明示的に与えられる条件は、実質金利に関してのみである。国民粗所得は国内生産と海外資産から生ずる受取利子の和に等しく、消費・貯蓄の決定は生産ではなく国民粗所得に基づいて行われる。海外資産からの受取利子に対する貯蓄性向に関しては、当面、国内生産に由来する所得に対する貯蓄性向と同じと仮定する。

$$Y_t = K_{t-1} (A_0 e^{nt} L_0 e^{nt})^{-1} \dots\dots (2) - 1$$

$$GNI_t = Y_t + r_f^* F_{t-1} \dots\dots (2) - 2$$

$$GNI_t = C_t + I_t + EX_t + r_f^* F_{t-1} \dots\dots (2) - 3$$

$$C_t = (1 - s) GNI_t \dots\dots (2) - 4$$

$$K_t = (1 - \delta) K_{t-1} + I_t \dots\dots (2) - 5$$

$$F_t = F_{t-1} + EX_t + r_f^* F_{t-1} \dots\dots (2) - 6$$

$$g_{ni,t} = GNI_t / (e^{(1+n)t} A_0 L_0) = y_t + r_f^* f_{t-1} \dots\dots (2) - 7$$

$$y_t = Y_t / (e^{(\delta+n)t} A_0 L_0) = k_{t-1} \quad \dots (2) - 8$$

$$k_{t-1} = K_{t-1} / (e^{(\delta+n)t} A_0 L_0) \quad \dots (2) - 9$$

$$ex_t = EX_t / (e^{(\delta+n)t} A_0 L_0) \quad \dots (2) - 10$$

$$f_{t-1} = F_{t-1} / (e^{(\delta+n)t} A_0 L_0) \quad \dots (2) - 11$$

Y: 実質 GDP、K: 実質資本ストック、 A_0 : 技術水準の初期値、 L_0 : 自然単位で測った就業者数の初期値、GNI: 実質国民粗所得、F: 実質対外純資産、C: 実質消費、I: 実質固定資本形成、EX: 実質純輸出、gni: 効率単位で測った就業者 1 人当たり実質国民粗所得、y: 効率単位で測った就業者 1 人当たり実質 GDP、k: 効率単位で測った就業者 1 人当たり実質資本ストック、f: 効率単位で測った就業者 1 人当たり実質対外純資産、ex: 効率単位で測った就業者 1 人当たり実質純輸出、s: 粗貯蓄率、 r_f^* : 外国実質金利、 β : 分配パラメーター、 δ : ハロッド中立型技術進歩率、n: 就業者数増加率、 δ : 資本減耗率

海外主導で決まる 1 人当たり資本・生産、金利と貯蓄投資バランスの定常解

純輸出と海外資産からの利子受取の存在、国民総粗所得ベースの消費・貯蓄決定によって、国内資本蓄積の動学方程式は、以下のとおりとなる。

$$K = GNI - C - \delta K - EX - r_f^* F \quad \dots (2) - 12$$

$$k = \beta gni - (n + \delta) k - ex - r_f^* f = s k - (n + \delta) k - ex - (1 - s) r_f^* f \quad \dots (2) - 13$$

国内実質金利 r は外生的な外国実質金利 r_f^* に一致するため、資本の限界生産力 y / k 、ひいては、1 人当たり資本ストック k も 1 人当たり実質 GDP (生産) y も、外国実質金利に規定される。

$$y / k = k^{-(1-\beta)} = r + \delta = r_f^* + \delta \quad \dots (2) - 14$$

よって、

$$k = \{ y / (r_f^* + \delta) \}^{1/(1-\beta)} \quad \dots (2) - 15$$

$$y = \{ k (r_f^* + \delta) \}^{1-\beta} \quad \dots (2) - 16$$

ちなみに、資本係数は、次のとおりである。

$$k / y = 1 / (r_f^* + \delta) \quad \dots (2) - 17$$

小国モデルにおいては、閉鎖経済モデルで最も重要な役割を担っていた粗貯蓄率 s 、就業者数増加率 n 、技術進歩率 δ という国内要因 (パラメーター) の影響を全く受けない点が特徴であり、「開放経済下の小国」の経済成長が外国主導で決まることを示している。

ところで、外国実質金利が不変とすれば、効率単位で見た就業者 1 人当たり資本ストックは変化しない。すなわち、現実の経済は常に定常状態にあることになり、移行ダイナミクスは存

在しない。あるいは、定常状態への収束は瞬時にして行われる。「定常状態への収束は瞬時にして行われる」という特性は、通常は、非現実的である。内外資産の代替性が不完全であることを考慮して、内外金利の乖離をプレミアムとして認めてもその基本的性質は変わらない。内外資産の収益率格差がプレミアムに相当するということは、プレミアム分も含めて考えると内外資産の収益率格差が一致することと同義であり、「小国の仮定」とは、内外資産の収益率格差が発生した場合は瞬時に国際資本移動が起こり、乖離が解消することを想定しているからである。世界経済に比して経済規模が小さく、かつ、内外に開かれた金融市場を持つ国の場合には、この仮定は非現実的とは言い切れないであろう。

この想定を受け入れ、定常状態における効率単位で見た就業者 1 人当たり資本ストック k が満たす条件からは、以下の関係が導き出せる。

$$\begin{aligned}
 & k = 0 \text{ より、} \\
 & ex + r_f^* f = sk - (n + \delta)k + sr_f^* f \\
 & = \left\{ \frac{1}{r_f^* + \delta} \right\}^{1/(1-\sigma)} \left\{ s (r_f^* + \delta) / \delta - (n + \delta) \right\} + sr_f^* f \quad \dots (2) - 18
 \end{aligned}$$

つまり、閉鎖経済下の資本蓄積の動学方程式は小国モデルでは海外資産蓄積の動学方程式として機能する。

また、貯蓄投資バランスの GDP 比、すなわち、経常収支の GDP 比は、以下のように表現される。

$$(ex + r_f^* f)/y = s - (n + \delta) / (r_f^* + \delta) + sr_f^* f / \left\{ \frac{1}{r_f^* + \delta} \right\}^{1/(1-\sigma)} \quad (2) - 19$$

前述のとおり、効率単位で見た就業者 1 人当たり資本ストック k 、1 人当たり実質 GDP (生産) y に関しては、外国実質金利 r_f^* が変わらない限り、変化しない。しかし、対外資産は経常収支分だけ前期末から変化する。海外からの利子受取を含む経常収支も、対外資産の水準に依存しているので、時間とともに変化する。同様に、効率単位で見た就業者 1 人当たり国民粗所得 gni も、海外からの受取利子を含んでいるため、時間とともに変化する。そこで、これらの変数の経路について検討することにしたい。

まず、対外資産の増加額は経常収支に等しいから、

$$\dot{f} + (n + \delta)f = ex + r_f^* f = \left\{ \frac{1}{r_f^* + \delta} \right\}^{1/(1-\sigma)} \left\{ s (r_f^* + \delta) / \delta - (n + \delta) \right\} + sr_f^* f \quad \dots (2) - 20$$

よって、

$$\dot{f} + \{(n + \delta) - sr_f^*\}f = \left\{ \frac{1}{r_f^* + \delta} \right\}^{1/(1-\sigma)} \left\{ s (r_f^* + \delta) / \delta - (n + \delta) \right\} \quad (2) - 18$$

ここで、

$$(n+) - s r_f^* = \dots (2) - 22$$

$$\{ / (r_f^* +) \}^{1/(1-)} \{s (r_f^* +) / - (n+ +)\} = \dots (2) - 23$$

とおけば、

$$f + f = \dots (2) - 24$$

つまり、効率単位で見た就業者 1 人当たり対外資産 f は、「定数係数を持つ 1 階 1 次微分方程式」として捉えることができる。これを解くと、

$$f = / + (f_0 - /) e^{-t} \dots (2) - 25$$

この式の意味するところは、「効率単位で見た就業者 1 人当たり対外資産 f は、 > 0 ならば、初期値 f_0 から出発し、最終的には $/$ に収束する」というものである。

> 0 が満たされる場合について、 f の収束値に対応する各変数の値は次のとおりである。効率単位で見た就業者 1 人当たり国民粗所得 gni^* は、(2) - 25 式による収束値 $/$ を(2) - 7 式に代入することにより、次のように表わされる。

$$gni^* = \{ / (r_f^* +) \}^{1/(1-)} + r_f^* \{ / (r_f^* +) \}^{1/(1-)} \{s (r_f^* +) / - (n+ +)\} / (n+ - s r_f^*) \dots (2) - 26$$

純輸出の GDP 比 ex^*/y は、

$$ex^*/y = \{s - (n+ +) / (r_f^* +)\} (n+ - r_f^*) / (n+ - s r_f^*) \dots (2) - 27$$

経常収支の GDP 比 $(ex^* + r_f^* f) / y$ は、

$$(ex^* + r_f^* f) / y = \{s - (n+ +) / (r_f^* +)\} (n+) / (n+ - s r_f^*) \dots (2) - 28$$

貯蓄投資バランスの正負を決める条件

f が収束値に達する状況に関して、貯蓄投資バランス（経常収支）の正負について検討したい。(2) - 28 式より、経常収支の GDP 比の符号は、 $() s - (n+ +) / (r_f^* +)$ の正負と $() n+ - s r_f^*$ の正負、に依存していることが明らかである。

まず、 $()$ の $s - (n+ +) / (r_f^* +) > 0$ を満たす外国実質金利の条件を求めると、

$$r_f^* > (n+ +) / s - \dots (2) - 29$$

となる。 $(n+ +) / s -$ とは、(1) - 18 式で示される閉鎖経済モデルにおける実質金利の定常解である。

また、(2) - 29 式に(2) - 14 式を反映させると

$$k^{-1} > (n+ +) / s \dots (2) - 30$$

よって、この条件は、次のように書き改められる。

$$sk - (n+ +)k > 0 \quad \dots\dots (2) - 31$$

(2) - 31 式の意味は、効率単位で見た就業者 1 人当たり資本ストックの水準を不変に維持するのに必要な蓄積額 $(n+ +)k$ が国内生産に由来する貯蓄 sk でまかなえるという意味である。前者より後者が大きければ、文字通り貯蓄超過となって経常収支は正となる。

次に、() の $n+ - sr_f^* > 0$ とは、前述の > 0 にほかならない。これを満たす外国実質金利の条件を求めると、

$$r_f^* < (n+)/s \quad \dots\dots (2) - 32$$

この条件が満たされないと、 f は発散し、小国の仮定とも矛盾してしまう。国内投資を上回る貯蓄の超過分は海外資産の獲得に向かい、海外資産蓄積のペースが「効率単位で見た就業者 1 人当たりの対外資産」を不変に維持するペースより速い、という事態である。

() () の検討結果を統合するには、(2) - 32 式における $(n+)/s$ と (2) - 29 式における $(n+ +)/s -$ の大小関係を確定する必要がある。両者の関係は、 $s > - (1 -)$ $(n+)/$ ならば前者が大、逆ならば後者が大であることが、次式から確認できる。

$$(n+)/s - \{ (n+ +)/s - \} = \{(1 -)(n+) + (s -)\}/s \quad \dots\dots (2) - 33$$

したがって、貯蓄投資バランス（経常収支）の GDP 比の符号条件は、図表 - 7 のように整理される。

図表 - 7 小国モデルにおける貯蓄投資バランスの符号条件

	r_f^* の大きさ	貯蓄投資バランス
$s > - (1 -)(n+)/$ の場合	$r_f^* < (n+ +)/s -$	負
	$r_f^* = (n+ +)/s -$	0
	$(n+ +)/s - < r_f^* < (n+)/s$	正
	$r_f^* (n+)/s$	発散
$s - (1 -)(n+)/$ の場合	$r_f^* < (n+)/s$	負
	$r_f^* (n+)/s$	発散

(注) $s > 0$ および $n+ > 0$ を仮定している。

貯蓄投資バランスの正負の決定において重要な役割を果たしているのは、「 r_f^* 」と「 $s, n+ , ,$ 」の組み合わせの相対関係である。外国実質金利が閉鎖経済の下での実質金利の定常解よりも高ければ貯蓄投資バランスは正となり、外国実質金利の方が低ければ負となる。

また、(2) - 27 式における純輸出の GDP 比の符号を決める条件は、() () に加え、() $n+ - r_f^*$ の正負である。ただし、 $n+ - sr_f^* = n+ - r_f^* + (1 - s)r_f^*$ より、() が正である時には、() も必然的に正となる。ちなみに、閉鎖経済下の黄金律の条件に相当する $= s$ のケースでは、() が正である時には、() の条件に関しては、 $r_f^* < (n+ +)/s - = n+$ となる。つまり、() は必ず負となるので、純輸出は必ず負になる。

代替的想定と具体的数値事例による定常解の検討

国民粗所得からの消費・貯蓄決定に関して採用した「 $C=(1-s)GNI$ 」という仮定（下表における「基本仮定」）は、国内生産に対する貯蓄性向も海外からの受取利子に対する貯蓄性向も同じと考えることに等しい。これを代替する考え方として、「受取利子は全額貯蓄される（代替的仮定1）」「受取利子は全額消費される（代替的仮定2）」という仮定も可能である。

もっとも、効率単位で見た就業者1人当たり資本ストック k 、および、効率単位で見た就業者1人当たり実質 GDP y は、世界実質金利 r_f^* で決まるため、海外からの受取利子に対する貯蓄性向の仮定の違いはこれらに影響せず、経常収支 $ex + r_f^*f$ および対外資産 f と効率単位で見た就業者1人当たり国民粗所得 gni に影響するにとどまる。

代替的な仮定を採用することでモデルの特性が変わる部分についてまとめると、図表 - 8 のとおりである。

図表 - 8 小国モデルにおける代替的仮定と定常解

	基本仮定	代替的仮定 1	代替的仮定 2
受取利子に対する貯蓄性向	国内生産に対する貯蓄性向と同じ	受取利子は全額貯蓄	受取利子は全額消費
消費の決定	$C=(1-s)GNI$	$C=(1-s)GDP$	$C=(1-s)GDP + r_f^*F$
貯蓄の決定	$S = sGNI$ $= sGDP + s r_f^*F$	$S = sGDP + r_f^*F$	$S = sGDP$
資本蓄積の動学方程式	$k = sk - (n + \delta)k - ex - (1-s)r_f^*f$	$k = sk - (n + \delta)k - ex$	$k = sk - (n + \delta)k - ex - r_f^*f$
純輸出 ex	$ex = sk - (n + \delta)k - (1-s)r_f^*f$	$ex = sk - (n + \delta)k$	$ex = sk - (n + \delta)k - r_f^*f$
経常収支 $ex + r_f^*f$	$ex + r_f^*f = sk - (n + \delta)k + sr_f^*f$	$ex + r_f^*f = sk - (n + \delta)k + r_f^*f$	$ex + r_f^*f = sk - (n + \delta)k$
	$n + \delta - s r_f^*$	$n + \delta - r_f^*$	$n + \delta$
gni^*	$\left\{ \frac{1}{(r_f^* + \delta)} \right\}^{1/(1-s)} + r_f^* \left\{ \frac{1}{(r_f^* + \delta)} \right\}^{1/(1-s)} \left\{ s (r_f^* + \delta) / (n + \delta) - (n + \delta) / (n + \delta - sr_f^*) \right\}$	$\left\{ \frac{1}{(r_f^* + \delta)} \right\}^{1/(1-s)} + r_f^* \left\{ \frac{1}{(r_f^* + \delta)} \right\}^{1/(1-s)} \left\{ s (r_f^* + \delta) / (n + \delta) - (n + \delta) / (n + \delta - r_f^*) \right\}$	$\left\{ \frac{1}{(r_f^* + \delta)} \right\}^{1/(1-s)} + r_f^* \left\{ \frac{1}{(r_f^* + \delta)} \right\}^{1/(1-s)} \left\{ s (r_f^* + \delta) / (n + \delta) - (n + \delta) / (n + \delta) \right\}$

そして、各種パラメータに現実的に妥当と思われる値を代入して、定常解を求めた結果は、図表 - 9 のとおりである。

図表 - 9 小国モデルにおける具体的数値事例

【前提】

資本分配率		33.0%	同 左	同 左	同 左
就業者数増加率	n	1.0%			
技術進歩率		1.0%			
資本減耗率		8.0%			
粗貯蓄率	s	30.0%			
外国実質金利	r_f	-	4.0%	4.0%	4.0%

【定常解】

		< 小国モデル >			
		閉鎖経済モデル	基本仮定	代替的仮定1	代替的仮定2
1人当たり資本ストック	k	5.154	4.526	4.526	4.526
1人当たり実質GDP	y	1.718	1.646	1.646	1.646
資本係数	k/y	3.000	2.750	2.750	2.750
実質金利	r	3.00%	4.00%	4.00%	4.00%
対外資産	f	-	5.143	発散	2.057
		-	0.041	0.041	0.041
		-	0.008	-0.020	0.020
国民粗所得	gni	1.718	1.852	発散	1.728
純輸出のGDP比		-	-6.25%	2.50%	-2.50%
経常収支のGDP比		-	6.25%	発散	2.50%

まず、「基本仮定」と「代替的仮定2」における定常解の収束値は、純輸出（財・サービス収支）が赤字、所得収支を含む経常収支は黒字になっており、所謂「成熟した債権国」の姿を示している。「受取利子は全額消費される（代替的仮定2）」と想定することは、「国内生産に対する貯蓄性向も海外利子に対する貯蓄性向も同じ（基本仮定）」と想定することに比べると、仮定それ自体としてはかなり特殊と言えるかもしれない。しかし、現実的な数値を代入して定常解を試算すると、十分にあり得る値を示している。逆方向への特殊な仮定である「受取利子は全額貯蓄される（代替的仮定1）」を採用した場合に、小国の仮定と整合せずに解が発散してしまうのとは対照的である。特に、純輸出や経常収支のGDP比に関しては、「基本仮定」とくらべても現実的な数値におさまっている。

なお、小国モデル全般に関して言えることは、閉鎖経済モデルとの差は、外国実質金利が閉鎖経済型モデルにおける実質金利の定常解と比べて大きいか、小さいかに依存しているという点である。図表 - 10 に示すように、外国実質金利が閉鎖経済モデルにおける実質金利の定常解と等しい場合は、対外収支は0となり、結果的に「基本仮定」「代替的仮定1」「代替的仮定2」は閉鎖経済モデルと無差別になる。

図表 - 10 外国金利が閉鎖経済モデルの定常解に等しい場合の小国モデル

【前提】

資本分配率		33.0%	同 左	同 左	同 左
就業者数増加率	n	1.0%			
技術進歩率		1.0%			
資本減耗率		8.0%			
粗貯蓄率	s	30.0%			
外国実質金利	r_f	-	3.0%	3.0%	3.0%

【定常解】

	閉鎖経済モデル	< 小国モデル >		
		基本仮定	代替的仮定1	代替的仮定2
1人当たり資本ストック k	5.154	5.154	5.154	5.154
1人当たり実質GDP y	1.718	1.718	1.718	1.718
資本係数 k/y	3.000	3.000	3.000	3.000
実質金利 r	3.00%	3.00%	3.00%	3.00%
純輸出のGDP比	-	0.00%	0.00%	0.00%
経常収支のGDP比	-	0.00%	0.00%	0.00%

(3) 開放経済下の Solow 型 2 国モデルの特性

最後のステップとして、「日本」と「外国 (“ the rest of the world ”)」の 2 ケ国からなる世界に見合った Solow 型モデルを構築し、その特性を分析する。モデル設計の際は、小国モデルとは異なり、外国の経済構造に関しても日本の経済構造と同様に、明示的にパラメーターが与えられる。重要なのは、それぞれの国における貯蓄と投資の乖離、その結果としての国際的な資本移動が両国の資本蓄積と経済成長に反映される構造であり、そうした国際資本移動をもたらす源泉が両国のパラメーターの差異に由来するよう考慮した。

2 国金利が均等化する、2 国計で見た貯蓄と投資が一致するという条件から導出した定常解は、いずれの国についても、両国の粗貯蓄率・就業者数増加率・技術進歩率および資本分配率・資本減耗率によって表現される。各々のパラメーターについて、両国の経済規模、すなわち、効率単位で見た就業者数をウェイトとして加重平均し、それらを 2 国統合ベースのパラメーターとみなして閉鎖経済モデルに当てはめると、結果的に等しい。また、貯蓄投資バランスを決める主たる要因は、「粗貯蓄率」と「就業者数増加率、技術進歩率、資本減耗率の和」それぞれの 2 国間差異である。

前提としての 2 ケ国の差異

まず、2 ケ国それぞれに閉鎖経済モデルを想定し、両国間に国際的取引が発生するように、体系を修正することがモデル設計の原点である。日本と外国 (“ the rest of the world ”) の両国は、基本的な生産構造は似ているが、初期値や変化率、粗貯蓄率が各々異なっていると考えられる。他方、常に両国の実質金利が一致するように国際資本移動が起こるため、実質金利との均衡条件から両国の資本の限界生産力（減耗控除後）は一致しなければならない。その結果、資本ストックの蓄積に関して、2 ケ国があたかも統合されたベースで定常状態への移行が進ん

でいくことになる。一方の国では国内貯蓄が国内投資を上回り、もう一方の国では国内投資が国内貯蓄を上回る。両者をつなぐのが国際資本移動である。貯蓄投資バランス、すなわち、経常収支が黒字という状況は、同額の資本収支赤字、すなわち、海外へ資金供給する状況にほかならない。

すべての議論は数量ベースで展開するので、通貨表示の違いは問題とならない。この取扱いは外生的な2国物価の下で実質為替レートを常に1と考えて通貨表示するのと同義である。また、小国モデルと同様に、対外資産（債務）の利子受取（支払）については明示的に考慮する。なお、労働力の国際移動は起こらないと仮定する。所得移転もゼロとする。

以上を反映させると、全体像は次の体系で記述できる。

$$Y_{JP,t} = K_{JP,t-1} (A_0 e^{-\delta} L_{JP0} e^{nt})^{1-\alpha} \dots (3) - 1$$

$$Y_{RW,t} = K_{RW,t-1} (B_0 e^{g^*} L_{RW0} e^{mt})^{1-\alpha} \dots (3) - 2$$

$$GNI_{JP,t} = Y_{JP,t} + r_t F_t \dots (3) - 3$$

$$GNI_{RW,t} = Y_{RW,t} - r_t F_t \dots (3) - 4$$

$$GNI_{JP,t} = C_{JP,t} + I_{JP,t} + EX_t + r_t F_t \dots (3) - 5$$

$$GNI_{RW,t} = C_{RW,t} + I_{RW,t} - EX_t - r_t F_t \dots (3) - 6$$

$$C_{JP,t} = GNI_{JP,t} - s_{JP} Y_{JP,t} \dots (3) - 7$$

$$C_{RW,t} = GNI_{RW,t} - s_{RW} Y_{RW,t} \dots (3) - 8$$

$$(GNI_{RW,t} = C_{RW,t} + I_{RW,t} - (EX_t + r_t F_t)) / (1 - s_{JP} Y_{JP,t} + s_{RW} Y_{RW,t} = I_{JP,t} + I_{RW,t}, \alpha = 1)$$

$$K_{JP,t} = (1 - \delta) K_{JP,t-1} + I_{JP,t} \dots (3) - 9$$

$$K_{RW,t} = (1 - d) K_{RW,t-1} + I_{RW,t} \dots (3) - 10$$

$$k_{JP,t-1} = K_{JP,t-1} / (A_0 e^{-\delta} L_{JP0} e^{nt}) \dots (3) - 11$$

$$k_{RW,t-1} = K_{RW,t-1} / (B_0 e^{g^*} L_{RW0} e^{mt}) \dots (3) - 12$$

$$y_{JP,t} = Y_{JP,t} / (A_0 e^{-\delta} L_{JP0} e^{nt}) \dots (3) - 13$$

$$y_{RW,t} = Y_{RW,t} / (B_0 e^{g^*} L_{RW0} e^{mt}) \dots (3) - 14$$

$$gni_{JP,t} = y_{JP,t} + r_t f_{t-1} \dots (3) - 15$$

$$gni_{RW,t} = y_{RW,t} - r_t f_{t-1} (A_0 e^{-\delta} L_{JP0} e^{nt}) / (B_0 e^{g^*} L_{RW0} e^{mt}) \dots (3) - 16$$

$$y_{JP,t} = k_{JP,t-1} \dots (3) - 17$$

$$y_{RW,t} = k_{RW,t-1} \dots (3) - 18$$

Y：実質GDP、GNI：実質国民粗所得、y：効率単位で測った就業者1人当たり実質GDP、gni：効率単位で測った就業者1人当たり実質国民粗所得、K：実質資本ストック、k：効率単位で測った就業者1人当たり実質資本ストック、C：実質消費、I：実質固定資本形成、EX：日本の純輸出、r：実質金利、F：日本の実質対外純資産、f：日本の効率単位で測った就業者1人当たり実質対外純資産、 α ：実質為替レート（=1）、s：粗貯蓄率、 δ ：分配パラメーター（両国同一）、 δ ：ハロッド中立型技術進歩率（日本）、g：ハロッド中立型技術進歩率（外国）、 α ：資

本減耗率（日本） d : 資本減耗率（外国） n : 就業者数増加率（日本） m : 就業者数増加率（外国）

添字 JP は日本、RW は外国（日本以外の世界） t は時点を表す。以下では時点の添字は省略。

(3) - 1、(3) - 2 式は、両国ともに同一の分配パラメーターを持つコブ・ダグラス型生産構造を有するが、初期時点の技術水準と就業者数、その後の技術進歩率、就業者数増加率が異なるという仮定に対応している。分配パラメーターが同一という仮定は、OECD 諸国に関する観測的事実を踏まえたものであるが⁽⁴⁾、後の分析において、(3) - 17 式 = (3) - 18 式が導出され、展開が簡素化されるメリットもある。

(3) - 3、(3) - 4 式は、海外からの利子受取（支払）と国内生産の和が国民粗所得となることを示すものである。その国民粗所得は消費と貯蓄の和に等しい。これを貯蓄と投資の関係に読み直すと、国内投資と純輸出の和が国民粗所得と消費の差（粗貯蓄）に一致することが、(3) - 5、(3) - 7 式、および、(3) - 6、(3) - 8 式から示される。

(3) - 7、(3) - 8 式は、両国の外生的な粗貯蓄率が異なるという仮定に基づくものである。なお、貯蓄は国内生産に基づいて決定される定式化が採用されている（ $C = GNI - S = rF + Y - S = rF + Y - sY$ ）。言い換えれば、純資産国側（日本）が受取る海外からの利子は全額消費されると仮定している⁽⁵⁾。国内生産に由来する所得に対する貯蓄性向も海外からの受取利子に対する貯蓄性向も同一と考えるのが自然であるが、モデルの複雑化を避けるためである。小国モデルにおける分析結果からも、この仮定を採用することは容認されるものであろう。

(3) - 11 式 ~ (3) - 18 式は、それまでの関係式を「効率単位で見た 1 人当たり就業者」ベースに換算したものである。

また、粗貯蓄額が国内投資を上回る分が海外への資金供給額となり、その額は純輸出と受取利子の和に一致し、さらに対外純資産の前期からの増分と一致する。

$$F = EX + rF = S_{JP} - I_{JP} = GNI_{JP} - C_{JP} - I_{JP} \quad \dots\dots (3) - 19$$

$$f + f(n +) = ex + r f = s_{JP}y_{JP} - (n + +)k_{JP} - k_{JP} \quad \dots\dots (3) - 20$$

⁽⁴⁾ 労働分配率と資本分配率の安定性が国際的に妥当することに関しては、Kaldor (1963) の「定型化された事実 (Stylized fact)」として有名である。また、分配率が変化しない経済とコブ・ダグラス型生産関数の成立が同値であることは、Allen (1967) が証明している。

⁽⁵⁾ 海外からの受取利子に対する貯蓄性向も国内生産からの所得に対する貯蓄性向と同じという仮定を採用した場合の、貯蓄・消費と日本の効率単位で測った就業者 1 人当たり貯蓄投資差額は、以下のとおりである。

$$S = sGNI$$

$$C = (1 - s)GNI$$

$$ex + r f = s_{JP}g_{ni_{JP}} - (n + +)k_{JP} - k_{JP} = s_{JP}y_{JP} - (n + +)k_{JP} - k_{JP} + s_{JP}r f$$

この仮定の下では最後の項の存在によって各種変数の解の経路は非常に複雑化する。そのため、本文中では海外からの受取利子に対する貯蓄性向を 0（全額消費）と仮定している。

2国を統合ベースで見た場合の基本構造

後の分析のため、「2ヶ国の自然単位の集計値の合計」を「2ヶ国の効率単位で見た就業者数合計」で除すことにより得られる「全体としての効率単位で見た就業者1人当たり」の諸数値がどのように表現できるか、確認することにしたい。

まず、日本の「効率単位で見た就業者数」は $e^{(n+g)t} A_0 L_{JP0}$ 、外国の「効率単位で見た就業者数」は $e^{(g+m)t} B_0 L_{RW0}$ であるから、両者の計 L_T は、以下のように表わされる。

$$L_T = (e^{(n+g)t} A_0 L_{JP0}) (1 + \dots) \quad \dots \quad (3) - 21$$

$$\text{ただし、} \quad \dots = e^{(g+m)t} B_0 L_{RW0} / A_0 L_{JP0} \quad \dots \quad (3) - 22$$

その増加率 L_T / L_T は、 \dots を含む定義式で表現されるため、時間とともに変化する。

$$L_T / L_T = \{(n + \dots) + (m + g)\} / (1 + \dots) \quad \dots \quad (3) - 23$$

\dots は、現時点において、外国の「効率単位で見た就業者数」が日本のその何倍に当たるかという倍率を示している。この変数 \dots は、両国の経済規模の違いを調整して加重平均する際のウエイトとして、以後の分析において度々登場する重要な変数となる。

次に、両国合計の効率単位で見た就業者1人当たり資本ストックを k_T 、1人当たり実質 GDP を y_T とすれば、

$$k_T = \{e^{(n+g)t} A_0 L_{JP0} k_{JP} + e^{(g+m)t} B_0 L_{RW0} k_{RW}\} / \{e^{(n+g)t} A_0 L_{JP0} + e^{(g+m)t} B_0 L_{RW0}\} \\ = (k_{JP} + \dots k_{RW}) / (1 + \dots) \quad \dots \quad (3) - 24$$

$$y_T = \{e^{(n+g)t} A_0 L_{JP0} y_{JP} + e^{(g+m)t} B_0 L_{RW0} y_{RW}\} / \{e^{(n+g)t} A_0 L_{JP0} + e^{(g+m)t} B_0 L_{RW0}\} \\ = (y_{JP} + \dots y_{RW}) / (1 + \dots) \quad \dots \quad (3) - 25$$

当然ながら、それぞれの国の効率単位で見た就業者数のシェアをウエイトとする加重平均となっている。

また、粗貯蓄率 s_T は、次のとおり表わされる。

$$s_T = \{s_{JP} e^{(n+g)t} A_0 L_{JP0} y_{JP} + s_{RW} e^{(g+m)t} B_0 L_{RW0} y_{RW}\} / \{e^{(n+g)t} A_0 L_{JP0} y_{JP} + e^{(g+m)t} B_0 L_{RW0} y_{RW}\} \\ = (s_{JP} y_{JP} + \dots s_{RW} y_{RW}) / (y_{JP} + \dots y_{RW}) \quad \dots \quad (3) - 26$$

資本減耗率 \dots に関しては、次のとおりである。

$$\dots = \{e^{(n+g)t} A_0 L_{JP0} k_{JP} + d e^{(g+m)t} B_0 L_{RW0} k_{RW}\} / \{e^{(n+g)t} A_0 L_{JP0} k_{JP} + e^{(g+m)t} B_0 L_{RW0} k_{RW}\} \\ = (\dots k_{JP} + d k_{RW}) / (\dots k_{JP} + \dots k_{RW}) \quad \dots \quad (3) - 27$$

2国モデルにおいても、両国を合わせた世界全体としては閉じた体系であることに変わりはない。つまり、2国を統合したベースの変数 k_T 、 y_T 、 L_T/L_T 、 s_T 、を単一国の閉鎖経済モデルのそれと読み替えば、各種のパラメーターによって規定される定常解も同様に単一国のそれから読み替えることが可能なはずである。すなわち、両国のパラメーターの加重平均的な表現ができるものと推測される。ここでは単純な読み替えは行わず、次節以降の分析において、各種の均衡条件から2国モデルの定常解を導出し、閉鎖経済モデルの定常解と実際に比較することにより、この推測の正否を確認する。

ところで、いずれの変数も、 d を含む定義式で表現されるため、時間とともに変化する。が時間とともに変化するからである。時の経過とともに $n+$ が増大するか、減少するかは、 $n+$ と $m+g$ の大小関係に依存する。整理すると、図表 - 11 のとおりである。

図表 - 11 t における2国モデルの各種変数の値

	$n+ > m+g$ の場合	$n+ = m+g$ の場合	$n+ < m+g$ の場合
	0	常に、 $B_0 L_{RW0}/A_0 L_{JP0}$	
k_T	k_{JP}	$(k_{JP} + k_{RW} B_0 L_{RW0}/A_0 L_{JP0}) / (1 + B_0 L_{RW0}/A_0 L_{JP0})$	k_{RW}
y_T	y_{JP}	$(y_{JP} + y_{RW} B_0 L_{RW0}/A_0 L_{JP0}) / (1 + B_0 L_{RW0}/A_0 L_{JP0})$	y_{RW}
s_T	s_{JP}	$(s_{JP} y_{JP} + s_{RW} y_{RW} B_0 L_{RW0}/A_0 L_{JP0}) / (y_{JP} + y_{RW} B_0 L_{RW0}/A_0 L_{JP0})$	s_{RW}
L_T/L_T	$n+$	$\{(n+) + (m+g) B_0 L_{RW0}/A_0 L_{JP0}\} / (1 + B_0 L_{RW0}/A_0 L_{JP0})$	$m+g$
		$(k_{JP} + dk_{RW} B_0 L_{RW0}/A_0 L_{JP0}) / (k_{JP} + k_{RW} B_0 L_{RW0}/A_0 L_{JP0})$	d

$n+ = m+g$ の場合のみ、 d が定数となって、 L_T/L_T が定数として与えられる。 s_T 、 d についても、 y_{JP} と y_{RW} 、あるいは、 k_{JP} と k_{RW} が等しければ、定数となる。

$n+ = m+g$ 以外の場合には、効率単位で見た就業者数という規模の拡大ベースが両国で異なるので、究極的には、2国から成る世界を構成するという意味での一方の国の存在は無に等しいほど小さいものになってしまうことを意味している⁽⁶⁾。ただし、就業者数増加率 n 、 m および技術進歩率 g は1%単位の水準であり、最長100年間程度の時間視野で考える限り、片方の国が無に等しい存在になってしまうという状況は懸念しなくてもよいかもしい(1.01の100乗 2.7)。

⁽⁶⁾ 2国モデルを用いた先駆的研究においては、本稿とは目的・対象が異なることもあり、この可能性を排除する仮定を採用している。例えば、Stiglitz(1970)、Fisher and Frenkel(1974)、Ruffin(1979)では、2国の就業者数増加率は等しく、両国の自然単位及び効率単位で見た就業者数の比率も不変と仮定している。

2 国金利均等化の条件と両国の資本ストックの関係

開放経済下において2国の実質金利が均等化されることが各変数の相互関係にどのように反映されるかを、以下で考察したい。

まず、両国の実質金利は一致し、それは資本の限界生産力と資本減耗率の差に等しいから、

$$r_{JP} = y_{JP}/k_{JP} = y_{RW}/k_{RW} \quad d = r_{RW} \quad \dots\dots (3) - 28$$

よって、両国の資本減耗率、 d が等しければ、

$$k_{JP}^{-1} = k_{RW}^{-1} \quad \dots\dots (3) - 29$$

$$k_{RW} = k_{JP} \quad \dots\dots (3) - 30$$

$$y_{RW} = y_{JP} = k_{JP} \quad \dots\dots (3) - 31$$

すなわち、両国の効率単位で見た就業者1人当たり資本ストックは等しい。両国の効率単位で見た就業者1人当たり実質GDPも等しい。したがって、2国全体の1人当たり資本ストック、1人当たり実質GDPに関しても、同様である。

$$k_T = (k_{JP} + k_{RW}) / (1 + \mu) = k_{JP} \quad \dots\dots (3) - 32$$

$$y_T = (y_{JP} + y_{RW}) / (1 + \mu) = y_{JP} = k_{JP} \quad \dots\dots (3) - 33$$

つまり、日本および外国の定常解を考察することは、自動的に、2国統合ベースでの定常解を考察することと同義である。したがって、定常状態への移行過程についても、2ヶ国を統合したベースで進んでいくことになる。後は、両国のパラメーターと両国の定常解がどのような関係にあるかを導出すればよい。

ところで、(3) - 30、(3) - 31 式の成立は、両国の資本減耗率が等しいという状況に当てはまるものである。先進国においても資本ストック統計が整備されている国の方が少なく、資本減耗率が国際的に等しいかどうかを現実のデータから直接確かめることはできない。資本減耗とは経年変化による物的な摩耗や経済的陳腐化であるから、国際的にほぼ同じと考えるのが自然であろう。しかし、湿度が高く、地震も起こる日本の場合には、建物の物的減耗が欧米のそれと等しくないかもしれない。また、内外資産の代替性は完全ではなく、国際的な資金供給に際して、債務国への要求収益率にはプレミアムが加算されるかもしれない。その状況下では、両国の実質金利の均衡条件は以下のように書き改められる。

$$r_{RW} = r_{JP} + \text{premium} \quad \dots\dots (3) - 34$$

(3) - 34 式を用いて(3) - 28 式を修正すれば、

$$k_{RW}^{-1} = k_{JP}^{-1} + (d - r_{JP} + \text{premium}) \quad \dots\dots (3) - 35$$

$$\text{ここで、} \mu = \{ 1 + (d - r_{JP} + \text{premium}) / (k_{JP}^{-1}) \}^{1 / (r_{JP} - d)} \quad \dots\dots (3) - 36$$

とおけば、

$$k_{RW} = \mu k_{JP} \quad \dots\dots (3) - 37$$

(3) - 36 式における定義から明らかなように、 μ は固定係数ではなく、資本の限界生産力 k_{JP}^{-1} の低下に伴って、変動する。しかし、 μ も一種の技術水準の構成要素とみなせば、(3) - 37 式を変形し、効率単位で見た就業者 1 人当たり資本を $k_{2JP}/\mu = k_{JP}$ と定義し直すことが可能である。つまり、両国の資本減耗率の違いや両国資産の不完全な代替性を導入しても、形式的には、「 $d = d$ 」かつ「premium = 0」の下で成立する(3) - 30 式と同じように、両国の効率単位で見た就業者 1 人当たり資本は等しいものとして議論を進めることができる($k_{RW} = k_{2JP}$)。あるいは、(3) - 35 式において、 $d + \text{premium} = 0$ が成立すれば、両国の資本減耗率の違いを導入したうえで、(3) - 30 式が成立する。

日米の実績データを見ると、日本の資本減耗率が 7%(68SNA ベース)ないし、8%(93SNA ベース)であるのに対して、米国のそれは 5%前後である。また、日米の実質金利差の長期的な平均値は 2%である。したがって、日本にモデルを適用する場合には、 $d + \text{premium} = 0$ は近似的に成立していると考えてもよいであろう⁽⁷⁾。

以下では、(3) - 30 式が成立し、両国の効率単位で見た就業者 1 人当たり資本ストックが等しいものとして議論を進める。

2 国計の貯蓄投資均衡条件と日本の貯蓄投資バランスの正負

今度は、自然単位で見た 2 国計の総投資は粗貯蓄に一致する、ないし、自然単位で見た両国の純輸出合計はゼロに等しい、という要件について考察する。

まず、日本全体の貯蓄投資バランスを表わす(3) - 19 式を、効率単位で見た就業者 1 人当たりベースでの関係を表わす(3) - 20 式と、効率単位で見た就業数 $e^{(n)t} A_0 L_{JP0}$ を用いて書き直すと、次のとおりである。

$$EX + rF = (e^{(n)t} A_0 L_{JP0}) \{ s_{JP} y_{JP} - (n + \delta) k_{JP} - k_{JP} \} \quad \dots\dots (3) - 38$$

同様に、外国全体の貯蓄投資バランスは、次のとおり表現される。

$$\begin{aligned} -EX - rf &= (e^{(g+m)t} B_0 L_{RW0}) \{ s_{RW} y_{RW} - (m+g+d) k_{RW} - k_{RW} \} \\ &= (e^{(n)t} A_0 L_{JP0}) \{ s_{RW} y_{RW} - (m+g+d) k_{RW} - k_{RW} \} \quad \dots\dots (3) - 39 \end{aligned}$$

⁽⁷⁾ 一般的には、premium は可変的で、内外の資産残高などに影響されると考えるべきであろう。当初の債権国が将来債務国に転じる場合には premium の符号も変わると考えられるが、premium の内生性は本稿では取り扱わない。

ただし、 $y = e^{(g+m-n)t} B_0 L_{RW0} / A_0 L_{JP0}$

(3) - 38、(3) - 39 式から、次式が得られる。

$$- \{ s_{JP} y_{JP} - (n+ +) k_{JP} - k_{JP} \} = \{ s_{RW} y_{RW} - (m+g+d) k_{RW} - k_{RW} \} \dots (3) - 40$$

効率単位で見た就業者 1 人当たりの貯蓄投資バランス $ex + rf$ は、(3) - 20 式に(3) - 30、(3) - 31、(3) - 40 式を反映させることにより、次のように書き改められる。

$$\begin{aligned} ex + rf &= s_{JP} k_{JP} - (n+ +) k_{JP} - k_{JP} \\ &= s_{JP} k_{JP} - (n+ +) k_{JP} - [(s_{JP} + s_{RW}) k_{JP} - \{(n+ +) + (m+g+d)\} k_{JP}] / (1 +) \\ &= \{(s_{JP} - s_{RW}) k_{JP} - (n+ + - m - g - d) k_{JP}\} / (1 +) \dots (3) - 41 \end{aligned}$$

(3) - 41 式は、「2 国の効率単位で見た就業者 1 人当たりの資本ストックが等しい」「2 国合計の貯蓄と投資が均衡する」という条件のみから導出されたものであり、経済成長モデルとしての Solow 型モデルにおける特別な性質を反映したものでない、ということに留意されたい。また、「貯蓄投資バランスの GDP 比」 $(ex+rf) / y$ は、

$$(ex+rf) / y = \{(s_{JP} - s_{RW}) - (n+ + - m - g - d) k_{JP}^{(1-)}\} / (1 +) \dots (3) - 42$$

したがって、効率単位で見た貯蓄投資バランスの正負は、

$$(s_{JP} - s_{RW}) - (n+ + - m - g - d) k_{JP}^{(1-)} \dots (3) - 43$$

に依存する。

「 s_{JP} と s_{RW} の大小関係」および「 $n+ +$ と $m+g+d$ の大小関係」から、貯蓄投資バランスの正負の条件を整理すると、図表 - 12 のとおりとなる

図表 - 12 2 国モデルにおける貯蓄投資バランスの正負と各種パラメーターの関係

(前提)	$s_{JP} > s_{RW} > 0$	$s_{JP} = s_{RW} > 0$	$0 < s_{JP} < s_{RW}$
$n+ + > m+g+d$	$k_{JP} < \{(s_{JP} - s_{RW}) / (n+ + - m - g - d)\}^{1/(1-)} : 正$ $k_{JP} = \{(s_{JP} - s_{RW}) / (n+ + - m - g - d)\}^{1/(1-)} : 0$ $k_{JP} > \{(s_{JP} - s_{RW}) / (n+ + - m - g - d)\}^{1/(1-)} : 負$	負	負
$n+ + = m+g+d$	正	0	負
$n+ + < m+g+d$	正	正	$k_{JP} < \{(s_{JP} - s_{RW}) / (n+ + - m - g - d)\}^{1/(1-)} : 負$ $k_{JP} = \{(s_{JP} - s_{RW}) / (n+ + - m - g - d)\}^{1/(1-)} : 0$ $k_{JP} > \{(s_{JP} - s_{RW}) / (n+ + - m - g - d)\}^{1/(1-)} : 正$

表中の「 $s_{JP} > s_{RW}$ かつ $n+ + > m+g+d$ 」「 $s_{JP} < s_{RW}$ かつ $n+ + < m+g+d$ 」以外の7ケースについては、正負の符号が確定している。

残りの2ケースの正負については、 $\{(s_{JP} - s_{RW})/(n+ + - m - g - d)\}^{1/(1 -)}$ と k_{JP} の大小関係に依存している。

まず、 k_{JP} に関しては、2国モデルにおいては両国のすべてのパラメーターが影響するが、実質金利との関係にのみ着目すればよい。閉鎖経済モデルにおける検討時に指摘したように、 k_{JP} は1と8.38の間にとどまる公算が高い。一方、 $\{(s_{JP} - s_{RW})/(n+ + - m - g - d)\}$ に関して、各パラメーターの現実値の論拠については後に詳述するが、分母を構成する各パラメーターは1%単位の値、分子を構成する s_{JP} と s_{RW} は20%~30%という値である。特に、分母の $(n+ + - m - g - d)$ の絶対値は0に近い数字であり、最大でも6%程度である。分子の絶対値は20%に近い値も経験しているが、0にもなり得る。

結局、 $\{(s_{JP} - s_{RW})/(n+ + - m - g - d)\}$ がとり得る絶対値の範囲は非常に広く、 k_{JP} との大小関係は確定しない。言い換えると、「 $s_{JP} > s_{RW}$ かつ $n+ + > m+g+d$ 」と「 $s_{JP} < s_{RW}$ かつ $n+ + < m+g+d$ 」のケースについては、各パラメーターの微妙な大小関係で貯蓄投資バランスは正にも負にもなる。微妙な条件の違いとその相対関係で内外の貯蓄に余剰と不足が生じれば、国際資本移動が起こるという意味で、正常な開放経済の姿に合致している。

ところで、貯蓄投資バランス黒字を必ずもたらす「 $s_{JP} > s_{RW}$ と $n+ + m+g+d$ 」の組み合わせは、閉鎖経済下であれば、効率単位で見た就業者1人当たり資本ストックに関して、日本の方が外国よりも高水準の定常解を有することを意味する。開放経済下では国際資本移動によって実質金利が均等化する水準に両国の資本ストックが調整されるため、そうした解は実現せず、粗貯蓄率の高い国(日本)から低い国(外国)へと恒常的に資本が流れることになる。「 $n+ + m+g+d$ 」とは、効率単位で見た就業者1人当たりの資本ストックを不変に維持するために必要な貯蓄の量に関して、日本の方が外国より少なく済む(あるいは、同量)ことを意味する。一方、「 $s_{JP} > s_{RW}$ 」とは、日本の貯蓄の方が外国より相対的に豊富なことを意味する。従って、両方の条件が重なった「 $s_{JP} > s_{RW}$ と $n+ + m+g+d$ 」の状況においては、日本の余剰貯蓄が外国へ流出するのは当然と言えよう。

一見すると、この状況においては自国の貯蓄は外国の経済成長に貢献しているが、自国の生活水準の向上には有効に生かされていない。しかし、海外へ流出した貯蓄は対外純資産という形で貯えられ、将来の消費の可能性を広げるといって貢献している。

1人当たり資本・生産、金利、貯蓄投資バランスの定常解と両国のパラメーター

2国金利の均等化の条件と、2国計の貯蓄投資の均衡条件とから、2国全体の資本蓄積が満たすべき条件を求めることができる。

まず、2国全体の資本ストックの増加は、2国全体の純貯蓄に等しいから、

$$K_{JP} + K_{RW} = s_{JP} Y_{JP} - \delta K_{JP} + s_{RW} Y_{RW} - \delta K_{RW} \quad \dots\dots (3) - 44$$

これを効率単位で見た就業者1人当たりベースの変数を用いて書き直すと、次のとおりである。

$$\begin{aligned} & (n+g)k_{JP} + k_{JP} = s_{JP} e^{(n+g)t} A_0 L_{JP0} k_{JP} - e^{(n+g)t} A_0 L_{JP0} k_{JP} + s_{RW} e^{(g+m)t} B_0 L_{RW0} k_{RW} - de^{(g+m)t} B_0 L_{RW0} k_{RW} \\ & = s_{JP} e^{(n+g)t} A_0 L_{JP0} k_{JP} - e^{(n+g)t} A_0 L_{JP0} k_{JP} + s_{RW} e^{(g+m)t} B_0 L_{RW0} k_{RW} - de^{(g+m)t} B_0 L_{RW0} k_{RW} \end{aligned} \quad \dots\dots (3) - 45$$

(3) - 45 式の両辺を $e^{(n+g)t} A_0 L_{JP0}$ で除すと、

$$(n+g)k_{JP} + k_{JP} = (s_{JP} - \delta)k_{JP} + (s_{RW} - d)k_{RW} \quad \dots\dots (3) - 46$$

また、(3) - 30 式より、

$$k_{JP} = k_{RW} \quad \dots\dots (3) - 47$$

(3) - 46 式に、(3) - 47 式および(3) - 30、(3) - 31 式を代入することにより、統合された資本蓄積の動学方程式は次のとおりとなる。

$$k_{JP} + k_{JP} = (s_{JP} + s_{RW}) k_{JP} - \{(n+g) + d\} k_{JP} \quad \dots\dots (3) - 48$$

よって、

$$k_{JP} = [(s_{JP} + s_{RW}) k_{JP} - \{(n+g) + d\} k_{JP}] / (1 - \delta) \quad \dots\dots (3) - 49$$

定常解は、 $\dot{k}_{JP} + \dot{k}_{RW} = 0$ より、求められる。すなわち、

$$k_T^* = k_{RW}^* = k_{JP}^* = [(s_{JP} + s_{RW}) / \{(n+g) + d\}]^{1/(1-\delta)} \quad \dots\dots (3) - 50$$

$$y_T^* = y_{RW}^* = y_{JP}^* = [(s_{JP} + s_{RW}) / \{(n+g) + d\}]^{1/(1-\delta)} \quad \dots\dots (3) - 51$$

$$r_{JP}^* = \{(n+g) + d\} / (s_{JP} + s_{RW}) - \delta \quad \dots\dots (3) - 52$$

$$r_{RW}^* = \{(n+g) + d\} / (s_{JP} + s_{RW}) - d \quad \dots\dots (3) - 53$$

ちなみに、2国がそれぞれ閉鎖経済状態にあれば、定常解は次のとおりである。

$$y_{JP}^* = \{s_{JP} / (n+g)\}^{1/(1-\delta)} \quad \dots\dots (3) - 54$$

$$k_{JP}^* = \{s_{JP} / (n+g)\}^{1/(1-\delta)} \quad \dots\dots (3) - 55$$

$$r_{JP}^* = (n+g) / s_{JP} - \delta \quad \dots\dots (3) - 56$$

$$y_{RW}^* = \{s_{RW} / (m+g+d)\}^{1/(1-\delta)} \quad \dots\dots (3) - 57$$

$$k_{RW}^* = \{s_{RW} / (m+g+d)\}^{1/(1-\delta)} \quad \dots\dots (3) - 58$$

$$r_{RW}^* = (m+g+d)/s_{RW} - d \quad \dots\dots (3) - 59$$

事前に推測されたとおり、2国モデルにおける定常解は、構成する粗貯蓄率・技術進歩率・就業者数増加率のパラメーターが2国の加重平均的表現に変わっただけで、閉鎖経済の下でのそれと形式的には同じことが確認された。形式とは逆に、現実的な意義という面では、開放経済下における経済成長に果たす「外国」の役割の大きさを示している。例えば、自国の粗貯蓄率 s_{JP} が低下しても、外国の粗貯蓄率 s_{RW} が変わらなければ、「 $s_{JP} + s_{RW}$ 」への影響は限定的であり、1人当たりのGDP水準が大きく低下するということは起こらない。大きく変わるのは両国間の貯蓄投資バランスであり、その定常解については後述する。「開放経済下では海外からの資本流入が期待できるので、国内貯蓄は経済成長の制約要因とはならない」と言われるが、当モデルのパラメーターに適切な値を当てはめれば、そのメカニズムを具体的に確認できる。

定常状態への収束速度 T に関しても、統合ベースでの定常解を規定する粗貯蓄率、就業者数増加率、技術進歩率、資本減耗率、資本分配率が得られているので、次のように表現できる。

$$T = (1 - \beta) \{ (n + \delta) + (m+g+d) \} / (1 + \beta) \quad \dots\dots (3) - 60$$

2国がそれぞれ閉鎖経済状態にあれば、それぞれの収束速度は、以下のとおりである。

$$T_{JP} = (1 - \beta) (n + \delta) \quad \dots\dots (3) - 61$$

$$T_{RW} = (1 - \beta) (m+g+d) \quad \dots\dots (3) - 62$$

よって、

$$T = T_{JP} / (1 + \beta) + T_{RW} / (1 + \beta) \quad \dots\dots (3) - 63$$

T は T_{JP} と T_{RW} の加重平均であるから、値の大きさは T_{JP} と T_{RW} の間にある。

つまり、統合された収束速度を持つ開放経済においては、閉鎖経済下で高い収束速度を持つはずの国における収束速度は元来の水準より低水準となり、逆に、閉鎖経済下で低い収束速度を持つはずの国における収束速度は元来の水準より高水準となる。

また、「貯蓄投資差額」の定常解 $ex^* + rf$ は、以下のように記される⁽⁸⁾。

$$\begin{aligned} ex^* + rf &= [(s_{JP} - s_{RW}) - (n + \delta - m - g - d)(s_{JP} + s_{RW})] / \{ (n + \delta) + (m+g+d) \} [\{ s_{JP} + s_{RW} \} / \{ (n + \delta) + (m+g+d) \}]^{(1-\beta)} / (1 + \beta) \quad \dots\dots (3) - 64 \end{aligned}$$

「貯蓄投資差額のGDP比」の定常解 $(ex+rf)/y^*$ は、

⁽⁸⁾ f を先に導出することなく(3) - 64式を表現できるのは、海外からの受取利子 rf を全額消費するというモデル上の大前提に依存している。

$$(ex^* + rf) / y^* = [(s_{JP} - s_{RW}) - (n^+ + - m - g - d)(s_{JP} + s_{RW})] / \{(n^+ +) + (m+g+d)\} / (1 +) \dots (3) - 65$$

なお、既に述べたとおり、 $n^+ = m+g$ というケースを除いて、両国の経済規模の比を表わすの値は時間に依存し、粗貯蓄率・技術進歩率・就業者数増加率の加重平均値は定数ではなく、時間とともに変化する。つまり、効率単位で見た就業者1人当たりの定常解は、閉鎖経済の下でのそれとは異なり、定数ではない。定常状態を規定するパラメーターのシフトと定常解への収束が並行して進んでいく。そして、定常状態を規定するパラメーターも究極的には一定値に収束する。の値は、 $n^+ = m+g$ というケースを除いて、究極的には無限大へ発散するか、0に収束するか、のいずれかである。各種パラメーターの極限值とそれを反映した定常解は、図表 - 13 ~ 図表 - 15 のとおりである。

図表 - 13 t における各変数の収束値： $n^+ > m+g$ の場合

0 より、 k_T	k_{JP}	y_T	y_{JP}	s_T	s_{JP}	L_T/L_T	n^+
$k_T^* = k_{RW}^* = k_{JP}^*$	$\{s_{JP}/(n^+ +)\}^{1/(1 -)}$						
$y_T^* = y_{RW}^* = y_{JP}^*$	$\{s_{JP}/(n^+ +)\}^{1/(1 -)}$						
$r_{RW}^* = r_{JP}^*$	$(n^+ +)/s_{JP} -$						
$ex^* + rf$	0						
$(ex^* + rf) / y^*$	0						

図表 - 14 t における各変数の収束値： $n^+ < m+g$ の場合

より、 k_T	k_{RW}	y_T	y_{RW}	s_T	s_{RW}	L_T/L_T	$m+g$	d
$k_T^* = k_{RW}^* = k_{JP}^*$	$\{s_{RW}/(m+g + d)\}^{1/(1 -)}$							
$y_T^* = y_{RW}^* = y_{JP}^*$	$\{s_{RW}/(m+g + d)\}^{1/(1 -)}$							
r_{JP}^*	$(m+g + d)/s_{RW} -$							
r_{RW}^*	$(m+g + d)/s_{RW} - d$							
$ex^* + rf$	$\{s_{JP} - s_{RW}(n^+ +)\}/(m+g + d)\{s_{RW}/(m+g + d)\}^{1/(1 -)}$							
$(ex^* + rf) / y^*$	$s_{JP} - s_{RW}(n^+ +)/(m+g + d)$							

図表 - 15 t における各変数の収束値： $n^+ = m+g$ の場合

$= B_0 L_{RW0} / A_0 L_{JP0}$								
$k_T^* = k_{RW}^* = k_{JP}^*$	$[(s_{JP} + s_{RW} B_0 L_{RW0} / A_0 L_{JP0}) / \{(n^+ +) + (m+g + d) B_0 L_{RW0} / A_0 L_{JP0}\}]^{1/(1 -)}$							
$y_T^* = y_{RW}^* = y_{JP}^*$	$[(s_{JP} + s_{RW} B_0 L_{RW0} / A_0 L_{JP0}) / \{(n^+ +) + (m+g + d) B_0 L_{RW0} / A_0 L_{JP0}\}]^{1/(1 -)}$							
r_{JP}^*	$\{(n^+ +) + (m+g + d) B_0 L_{RW0} / A_0 L_{JP0}\} / (s_{JP} + s_{RW} B_0 L_{RW0} / A_0 L_{JP0}) -$							
r_{RW}^*	$\{(n^+ +) + (m+g + d) B_0 L_{RW0} / A_0 L_{JP0}\} / (s_{JP} + s_{RW} B_0 L_{RW0} / A_0 L_{JP0}) - d$							
$ex^* + rf$	$B_0 L_{RW0} / (B_0 L_{RW} + A_0 L_{JP0}) \cdot (s_{JP} - s_{RW}) [(s_{JP} + s_{RW} B_0 L_{RW0} / A_0 L_{JP0}) / \{(n^+ +) + (m+g + d) B_0 L_{RW0} / A_0 L_{JP0}\}]^{1/(1 -)} (d = \text{の場合})$							
$(ex^* + rf) / y^*$	$B_0 L_{RW0} / (B_0 L_{RW} + A_0 L_{JP0}) \cdot (s_{JP} - s_{RW}) (d = \text{の場合})$							

各種パラメターの極限值を反映した貯蓄投資差額の GDP 比の定常解に関して、ケース毎に符号条件を整理すると、図表 - 16 のとおりである。

図表 - 16 t における貯蓄投資差額の定常解の正負

(前提)	$s_{JP} > s_{RW} > 0$	$s_{JP} = s_{RW} > 0$	$0 < s_{JP} < s_{RW}$
$n+ > m+g$	0	0	0
$n+ = m+g$	正	0	負
$n+ < m+g$	正	正	$0 < s_{JP} < s_{RW}(n+ +)/(m+g+d)$: 負 $s_{RW}(n+ +)/(m+g+d) < s_{JP} < s_{RW}$: 正

以上の分析結果を踏まえると、経済規模、すなわち、効率単位で見た就業者の水準もその変化率も異なる 2 国間の貯蓄投資バランスに関して、影響を与える諸要因のうち、最も重要なのは両国の粗貯蓄率 s_{JP} 、 s_{RW} と言えるであろう。

なお、対外純資産に関して、経済が常に定常状態にある小国モデルにおいては、定数係数を持つ 1 階 1 次微分方程式の解として求めることができた。2 国モデルの場合は、定常状態を規定するパラメターが極限值に達するまでは、定常解としての対外純資産変化分も一定値にならないため、その経路は極めて複雑である。しかし、国際的な借入制約は無制限に続けられないとするならば、負となる場合も正となる場合も、 f の絶対値の上限が存在すると考えるべきであろう。

具体的数値事例による検討

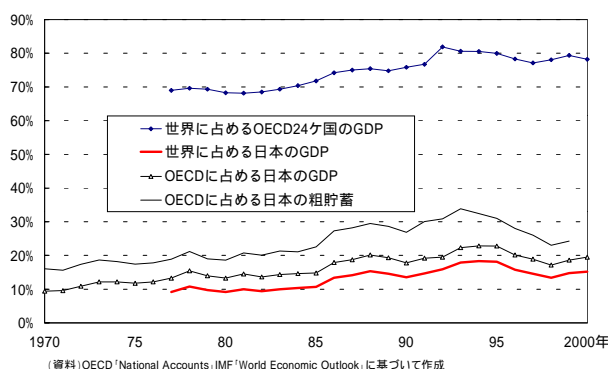
2 国モデルに現実のデータを照らし合わせることは、閉鎖経済モデルや小国モデルほど単純ではないが、仮想的な「外国」を明確にし、それに見合うデータを加工すればよい。

冒頭で述べたとおり、当モデルにおける「世界」は「日本」と「外国」の 2 国から成り立っている。その「外国」とは、文字通りの“the rest of the world”というより、「日本以外の先進国」、より具体的には、「他の OECD 諸国」を想定している。理由は次の 3 点である。

第 1 に、教科書的な閉鎖経済型の Solow モデルを開放経済版に修正するに際して、最も重視したのは貯蓄の国際的な移動である。その国際資本移動の原動力は国際的な金利裁定の力である。つまり、自由な国際資本移動が行われ、結果として実質金利の国際的均等化が果たされるのは、先進国間に限られると見るのが適切であろう。もちろん、先進国から途上国に資金は流れているが、資本の潜在的な収益率を考えたら本来は現状よりはるかに多くの資金が供給されてよいはずであるし、先進国と途上国の所得格差縮小が速やかに進んでもよいはずだからである。なぜ、そうしたことが実現されないのか、という問題は別の大きなテーマとして存在し、実際に多くの研究がなされている。

第2は、OECD 諸国は世界の GDP の約 8 割のシェアを占めているので、現実のデータを適用する際に OECD 諸国を世界とみなしても大きな誤差は生じないと考えられるからである。日本も OECD 諸国の中で米国に次ぐ経済規模であり、GDP は世界全体の 15%、粗貯蓄は 18% を占め、「小国」を超えた存在と考えられるからである。

図表 - 17 世界に占める日本の割合



また、OECD 諸国に関しては、GDP、粗貯蓄、固定資本形成、資本分配率、労働力人口などに関して、OECD「National Accounts」における同一基準の時系列データが利用可能であり、集計したうえで、モデル上の仮定や帰結と現実との対応関係を照合できるというメリットもある。国際比較をする際に問題となる通貨単位に関しても、数量ベースの概念に近いとされる「購買力平価で換算した実質ドル建て」の系列も利用可能である。

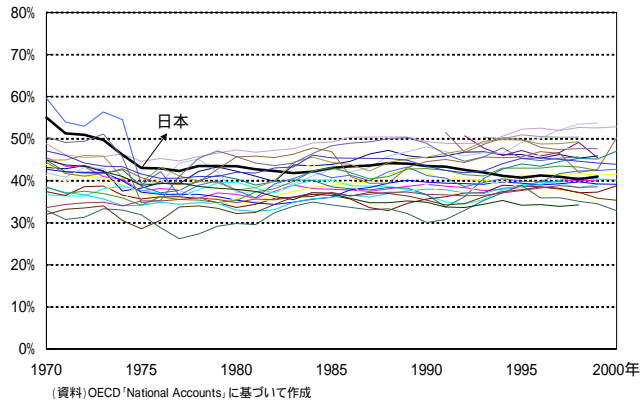
第3は、日本の地域別国際収支統計の直近3年間(98~2000年)の実績に照らし合わせても、国全体の貯蓄投資バランスに相当する地域別経常収支の合計額と、対OECD諸国の経常収支額がほぼ等しいからである。

以上の判断に基づいて、「日本」と「他のOECD諸国」を「2国」の実例として採用することとした。「他のOECD諸国」のデータは日本を除くOECD24ヶ国の集計値である⁽⁹⁾。

まず、モデル構築の前提になっている「日本」「外国」ともに同一とみなした資本分配率(無修正)について見たのが、図表-18である。自営業者の雇用者報酬相当額の修正に関しては、作業に必要なデータがすべての国に揃っていないため、無修正の資本分配率系列(1節の資本分配率A)で見ると、多くの国が40%前後の資本分配率となっている。したがって、「他のOECD諸国」ベースに集計しても、同様である。

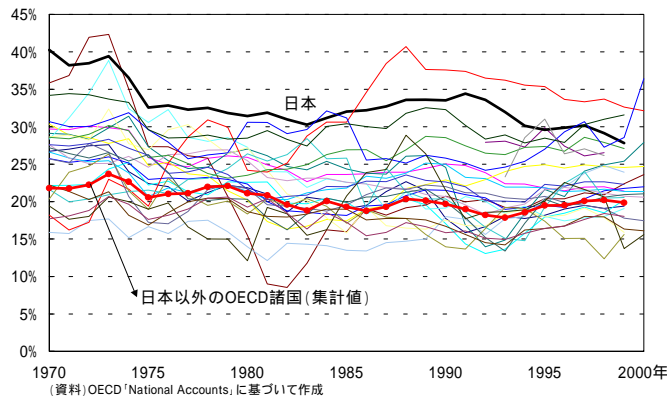
⁽⁹⁾ 1970年以降の国民経済計算統計が利用できる米国、カナダ、オーストラリア、ニュージーランド、EU15ヶ国、スイス、ノルウェー、アイスランド、トルコ、韓国

図表 - 18 資本分配率



また、粗貯蓄率（粗貯蓄の GDP 比）の推移を比べると、図表 - 19 のとおりとなる。

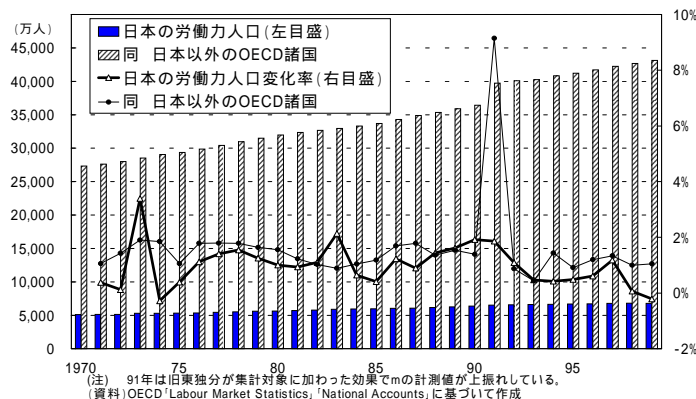
図表 - 19 粗貯蓄の GDP 比



各国ベースではかなり水準や推移に差があるが、「他の OECD 諸国」として日本以外を集計すると s_{RW} は 20% 前後の安定した水準を続けている。一方、日本の粗貯蓄率 s_{JP} は長期的に低下傾向を続けており、70 年の 40% が直近では 28% になっている。

さらに、労働力人口の推移は、図表 - 20 のとおりである。水準には大きな差があるが、変化率の差は小さい。異常値を除いた期間平均値で見ると、 n は 1%、 m は 1.3% である。

図表 - 20 労働力人口の推移



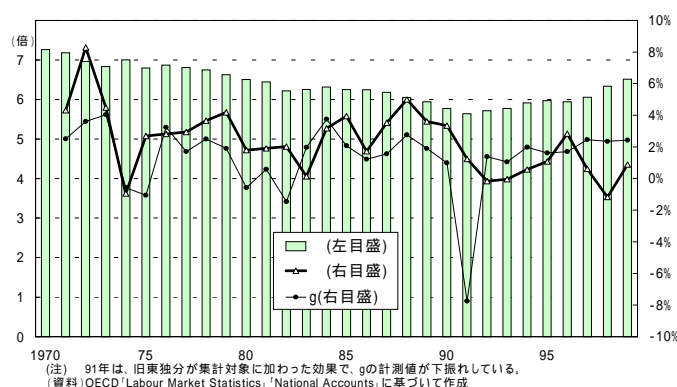
ハロッド中立型技術進歩率に関しては、資本ストック統計が利用可能でない国も多いため、成長会計を適用して国毎に TFP 上昇率を計測し、それを集計して換算するという方法はとれない。各国の技術水準を知る最も簡便な方法は、購買力平価で換算したドル建ての1人当たり実質 GDP を比較することである。分析を通じて明らかになったように、もし、同一の資本分配率を持つ国々（技術水準以外は同じコブ・ダグラス型生産関数を持つ国々）において、実質金利の国際的均等化が当てはまっていれば、効率単位で見た1人当たり実質 GDP はすべての国で同水準になるはずである。そして、自然単位で見た1人当たり実質 GDP は技術水準の違いのみを反映していることになる。したがって、「購買力平価で換算したドル建ての1人当たり実質 GDP を米国の1人当たり実質 GDP で除した系列」を作成すれば、それが「米国を1.0とする技術水準指数」となる。その変化率に米国の技術進歩率を加算したものが、 g に等しい。したがって、「日本」と「他の OECD 諸国」の「購買力平価で換算したドル建ての1人当たり実質 GDP」の対前年変化率は毎年 g の代理変数となる。

また、効率単位で見た1人当たり実質 GDP はすべての国で同一ということを前提にすれば、購買力平価で換算したドル建て実質 GDP の相対比が、効率単位で見た就業者数の内外比、すなわち、 Y_{RW}/Y_{JP} と一致する。

$$Y_{RW}/Y_{JP} = (y_{RW}BL_{RW}) / (y_{JP}AL_{JP}) = (BL_{RW}) / (AL_{JP}) = \dots \quad (3) - 66$$

図表 - 21 は、 Y_{RW}/Y_{JP} と g の計測値の推移を見たものである。

図表 - 21 技術進歩率と効率単位で見た就業者比率の推移



は70年当初は7.3倍であったが、日本の経済規模拡大に伴って、91年には5.6倍まで低下した。しかし、その後は日本経済の低迷で上昇に転じ、直近では6.5倍となっている。 g の関係についても、日本経済のパフォーマンスの変化を同様に反映している。70年代、80年代は g を上回る年が大半であったが、90年代以降は大半の年で g を下回っている。ただし、平均的な差は1%程度である。

資本減耗率については、資本ストック統計さえ整備されていれば、「固定資本減耗 ÷ 期首純資本ストック残高」という定義式で簡単に計測できるが、すべての国で統計が利用可能なわけではない。そこで、各国の資本減耗率が大きく異なるかどうか、に焦点を当てる。各国データが揃っている「固定資本減耗の GDP 比」は次のように変形可能である。

固定資本減耗 ÷ GDP

= 資本減耗率 × 期首純資本ストック残高 ÷ GDP

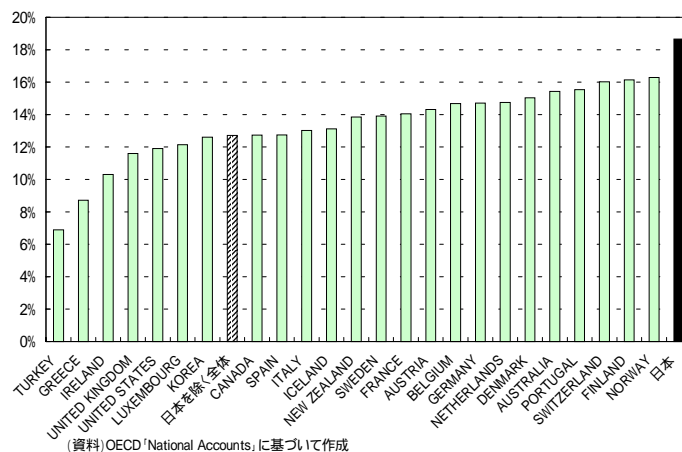
= 資本減耗率 × $\{(kAL) / (yAL)\}$

= 資本減耗率 × k/y

..... (3) - 67

つまり、各国の資本減耗率が同一で、効率単位で見た就業者 1 人当たり資本ストックおよび実質 GDP が同水準であれば、「固定資本減耗の GDP 比」もすべての国で同じになるはずである。ただし、右辺第 1 項、第 2 項の双方に「各国同一」という条件が満たされる必要があり、技術進歩率、 g の計測における前提と比べても、条件としては厳しい。直近データで国際比較した結果は図表 - 22 のとおりである。

図表 - 22 固定資本減耗の GDP 比 (99 年)



多くの国の「固定資本減耗の GDP 比」はおおむね 12% ~ 16% の範囲にあるが、日本のそれは 19% と一番高い。若干の例外を除けば、日本以外の国々に関して資本減耗率が同一という推測を退ける必要はないが、日本の資本減耗率 に関しては「他の OECD 諸国」の資本減耗率 d より高いと考えるべきであろう。

日本の資本減耗率を直接計測すると、7% (68SNA) ないし 8% (93SNA)、米国について 5% 程度である。

以上、各データの期間平均値と直近の状況を踏まえ、 $s = 6.5\%$ 、(修正後資本分配率) = 33%、 $s_{JP} = 30\%$ 、 $s_{RW} = 22\%$ 、 $n = 1\%$ 、 $m = 2\%$ 、 $g = 1\%$ 、 $d = 8\%$ 、 $d = 5\%$ として、

定常解を試算した結果が、図表 - 23 である。

図表 - 23 2 国モデルにおける具体的数値事例

【前提】	日本		外国		統合ベース	
資本分配率		33.0%		33.0%		33.00%
就業者数増加率	n	1.0%	m	2.0%	L/L	1.87%
技術進歩率		1.0%	g	1.0%	T/T	1.00%
資本減耗率		8.0%	d	5.0%		5.40%
粗貯蓄率	S _{JP}	30.0%	S _{RW}	22.0%	S _T	23.07%
内外経済規模の比						6.50

【定常解】	閉鎖経済下の日本		閉鎖経済下の外国		開放経済	
1人当たり資本ストック	K _{JP}	5.15	K _{RW}	4.53	k	4.63
1人当たり実質GDP	Y _{JP}	1.72	Y _{RW}	1.65	y	1.66
資本係数	K _{JP} /Y _{JP}	3.00	K _{RW} /Y _{RW}	2.75	k/y	2.79
実質金利	r _{JP}	3.00%	r _{RW}	7.00%	r _{JP}	3.83%
貯蓄投資バランスのGDP比					(ex+rf)/y	2.10%

(注) 海外資産の収益率に対する要求プレミアムが資本減耗率の内外格差と同じ3%と仮定しているため、外国の実質金利 r_{RW} は r_{JP} より3%高い6.83%となる。

粗貯蓄率が相対的に低い「外国」にとっては、閉鎖経済下で実現するよりも高い水準の1人当たり資本ストック、1人当たり実質GDPが得られ、実質金利は低水準にとどまる姿が示されている。粗貯蓄率が相対的に高い「日本」にとっては、逆の状況が成り立っている。ここでの経済像は、粗貯蓄率が不変の場合のものであり、日本から見た貯蓄投資投資バランスのGDP比も、貯蓄率格差が効いて、プラス2.1%となっている。

また、「効率単位で見た就業者1人当たり実質GDP」の定常解1.66を「日本の自然単位で見た就業者1人当たり」ベースに換算すると842万円となる。実績値は771万円であるから、現状の経済は定常状態の92%というきわめて近い水準に位置していることになる。

2 . Solow 型 2 国モデルによる開放経済下における高齢化の影響分析

(1) 3 種類のモデルの総括

閉鎖経済モデル、小国モデルおよび 2 国モデルの特性比較

閉鎖経済モデル、小国モデル、2 国モデルについて、粗貯蓄率・就業者数増加率（労働力人口増加率）・技術進歩率、資本分配率・資本減耗率などのパラメーターで表わされる定常解を一覧表に整理すると、図表 - 24 のとおりである。

図表 - 24 3 つのモデルにおける定常解の比較

	閉鎖経済モデル	開放経済小国モデル	開放経済 2 国モデル
効率単位で見た就業者 1 人当たり資本 k^*	$\{s/(n+g+\delta)\}^{1/(1-\alpha)}$	$\{s/(r_f+\delta)\}^{1/(1-\alpha)}$	$[\{s_{JP} + s_{RW}\}/\{(n+g+\delta)\}]^{1/(1-\alpha)}$
効率単位で見た就業者 1 人当たり生産 y^*	$\{s/(n+g+\delta)\}^{\alpha/(1-\alpha)}$	$\{s/(r_f+\delta)\}^{\alpha/(1-\alpha)}$	$[\{s_{JP} + s_{RW}\}/\{(n+g+\delta)\}]^{\alpha/(1-\alpha)}$
自然単位で見た就業者 1 人当たり資本 k^*	$A_0 e^{-\beta} \{s/(n+g+\delta)\}^{1/(1-\alpha)}$	$A_0 e^{-\beta} \{s/(r_f+\delta)\}^{1/(1-\alpha)}$	$A_0 e^{-\beta} [\{s_{JP} + s_{RW}\}/\{(n+g+\delta)\}]^{1/(1-\alpha)}$
自然単位で見た就業者 1 人当たり生産 y^*	$A_0 e^{-\beta} \{s/(n+g+\delta)\}^{\alpha/(1-\alpha)}$	$A_0 e^{-\beta} \{s/(r_f+\delta)\}^{\alpha/(1-\alpha)}$	$A_0 e^{-\beta} [\{s_{JP} + s_{RW}\}/\{(n+g+\delta)\}]^{\alpha/(1-\alpha)}$
実質金利 r^*	$(n+g+\delta)/s - \alpha$	r_f	$\{(n+g+\delta) + (m+g+\delta)\}/(s_{JP} + s_{RW}) - \alpha$
貯蓄投資差額の GDP 比 $(ex^*+rf)/y^*$	前提により常に 0	$\{s - (n+g+\delta)/(r_f^* + \delta)\}/(n+g+\delta) - \alpha$	$[(s_{JP} - s_{RW}) - (n+g+\delta) - m - g - \delta] / \{(s_{JP} + s_{RW})/\{(n+g+\delta)\} + (m+g+\delta)\} - \alpha$
収束速度	$(1-\alpha)(n+g+\delta)$	無限大	$(1-\alpha)\{(n+g+\delta) + (m+g+\delta)\}/(1+\alpha)$

すでに述べたとおり、1 人当たり資本ストックおよび 1 人当たり実質 GDP に関して、閉鎖経済モデルでは国内パラメーターで、小国モデルでは外国実質金利中心に、2 国モデルにおいては内外両国の各パラメーターで決まることが、改めて確認できる。また、各国が開放経済下にあっても世界全体で見ると閉じた体系であるため、2 国モデルには、閉鎖経済モデルの性質が強く反映されている。

各パラメーターが定常解に与える効果

ところで、資本分配率・資本減耗率は基本的にほぼ不変のパラメーターとして固定されるのに対して、粗貯蓄率・就業者数増加率・技術進歩率はこれまでも変動してきたし、今後も値が変わり得るパラメーターである。

粗貯蓄率・就業者数増加率・技術進歩率の各パラメーターが変化した場合の効果は、定常解を各パラメーターで偏微分すれば把握できる。

図表 - 25 3つのモデルにおける各パラメーターの効果

変数	パラメーター	閉鎖経済モデル	小国モデル	2国モデル
k^*	k^*/s もしくは k^*/s_{JP}	$s^{(1-\alpha)}/\{(1-\alpha)(n+\delta)\}^{1/(1-\alpha)}$ (正)	0	$(s_{JP} + s_{RW})^{(1-\alpha)}/[(1-\alpha)\{(n+\delta) + (m+g+d)\}]^{1/(1-\alpha)}$ (正)
	k^*/n	$-s^{1/(1-\alpha)}/[(1-\alpha)(n+\delta)^{(2-\alpha)/(1-\alpha)}]$ (負)	0	$-(s_{JP} + s_{RW})^{1/(1-\alpha)}/[(1-\alpha)\{(n+\delta) + (m+g+d)\}^{(2-\alpha)/(1-\alpha)}]$ (負)
	k^*/α	$-s^{1/(1-\alpha)}/[(1-\alpha)(n+\delta)^{(2-\alpha)/(1-\alpha)}]$ (負)	0	$-(s_{JP} + s_{RW})^{1/(1-\alpha)}/[(1-\alpha)\{(n+\delta) + (m+g+d)\}^{(2-\alpha)/(1-\alpha)}]$ (負)
y^*	y^*/s もしくは y^*/s_{JP}	$s^{(2-\alpha)/(1-\alpha)}/\{(1-\alpha)(n+\delta)^{1/(1-\alpha)}\}$ (正)	0	$(s_{JP} + s_{RW})^{(2-\alpha)/(1-\alpha)}/[(1-\alpha)\{(n+\delta) + (m+g+d)\}^{1/(1-\alpha)}]$ (正)
	y^*/n	$-s^{(1-\alpha)}/\{(1-\alpha)(n+\delta)^{1/(1-\alpha)}\}$ (負)	0	$-(s_{JP} + s_{RW})^{(1-\alpha)}/[(1-\alpha)\{(n+\delta) + (m+g+d)\}^{1/(1-\alpha)}]$ (負)
	y^*/α	$-s^{(1-\alpha)}/\{(1-\alpha)(n+\delta)^{1/(1-\alpha)}\}$ (負)	0	$-(s_{JP} + s_{RW})^{(1-\alpha)}/[(1-\alpha)\{(n+\delta) + (m+g+d)\}^{1/(1-\alpha)}]$ (負)
y^*	y^*/s もしくは y_{JP}^*/s_{JP}	$(A_0 e^{-t}) s^{(2-\alpha)/(1-\alpha)}/\{(1-\alpha)(n+\delta)^{1/(1-\alpha)}\}$ (正)	0	$(A_0 e^{-t}) (s_{JP} + s_{RW})^{(2-\alpha)/(1-\alpha)}/[(1-\alpha)\{(n+\delta) + (m+g+d)\}^{1/(1-\alpha)}]$ (正)
	y^*/n	$-(A_0 e^{-t}) s^{(1-\alpha)}/\{(1-\alpha)(n+\delta)^{1/(1-\alpha)}\}$ (負)	0	$-(A_0 e^{-t}) (s_{JP} + s_{RW})^{(1-\alpha)}/[(1-\alpha)\{(n+\delta) + (m+g+d)\}^{1/(1-\alpha)}]$ (負)
	y^*/α	$(A_0 e^{-t}) \{s/(n+\delta)\}^{1/(1-\alpha)} [t - 1/\{(n+\delta)(1-\alpha)\}]$	$t y^*$ (正)	$(A_0 e^{-t}) [(s_{JP} + s_{RW})/\{(n+\delta) + (m+g+d)\}]^{1/(1-\alpha)} [t - 1/\{(n+\delta) + (m+g+d)\}]/(1-\alpha)]$
r^*	r^*/s もしくは r_{JP}^*/s_{JP}	$-(n+\delta)/s^2$ (負)	0	$-\{(n+\delta) + (m+g+d)\}/(s_{JP} + s_{RW})^2$ (負)
	r^*/n	$1/s$ (正)	0	$1/(s_{JP} + s_{RW})$ (正)
	r^*/α	$1/s$ (正)	0	$1/(s_{JP} + s_{RW})$ (正)

図表 - 25 に示すとおり、3つのモデルで非常に対照的な結果となっている。小国モデルと2国モデルにおける偏微係数は相似しており、符号が無条件には確定しない y^*/α 以外、その正負は同じである。小国モデルでは、基本的に国内パラメーターの効果はゼロである。効果の絶対値に関して、2国モデルは、閉鎖経済モデルと小国モデルの中間の大きさである。2国モデルには外国の効果が存在するので、国内のパラメーターのみが変化しても、小国モデルほど効

果が大きくないためである。「開放経済下の経済成長では、国内貯蓄が必ずしも制約要因にはならない」といわれるが、正確には、と外国のパラメーターに依存している。

図表 - 26 2国モデルにおける各パラメーターの効果の内外比較

変数	パラメーター	日本	外国
k^*	k^*/s_{JP} もしくは k^*/s_{RW}	$(s_{JP} + s_{RW})^{1/(1-\alpha)} / [(1-\alpha)\{(n+\alpha)+ (m+g+d)\}^{1/(1-\alpha)}]$	$(s_{JP} + s_{RW})^{1/(1-\alpha)} / [(1-\alpha)\{(n+\alpha)+ (m+g+d)\}^{1/(1-\alpha)}]$
	k^*/n もしくは k^*/m	$-(s_{JP} + s_{RW})^{1/(1-\alpha)} / [(1-\alpha)\{(n+\alpha)+ (m+g+d)\}^{2/(1-\alpha)}]$	$-(s_{JP} + s_{RW})^{1/(1-\alpha)} / [(1-\alpha)\{(n+\alpha)+ (m+g+d)\}^{2/(1-\alpha)}]$
	k^*/g	$-(s_{JP} + s_{RW})^{1/(1-\alpha)} / [(1-\alpha)\{(n+\alpha)+ (m+g+d)\}^{2/(1-\alpha)}]$	$-(s_{JP} + s_{RW})^{1/(1-\alpha)} / [(1-\alpha)\{(n+\alpha)+ (m+g+d)\}^{2/(1-\alpha)}]$
y^*	y^*/s_{JP} もしくは y^*/s_{RW}	$(s_{JP} + s_{RW})^{(2-\alpha)/(1-\alpha)} / [(1-\alpha)\{(n+\alpha)+ (m+g+d)\}^{1/(1-\alpha)}]$	$(s_{JP} + s_{RW})^{(2-\alpha)/(1-\alpha)} / [(1-\alpha)\{(n+\alpha)+ (m+g+d)\}^{1/(1-\alpha)}]$
	y^*/n もしくは y^*/m	$-(s_{JP} + s_{RW})^{(1-\alpha)} / [(1-\alpha)\{(n+\alpha)+ (m+g+d)\}^{1/(1-\alpha)}]$	$-(s_{JP} + s_{RW})^{(1-\alpha)} / [(1-\alpha)\{(n+\alpha)+ (m+g+d)\}^{1/(1-\alpha)}]$
	y^*/g	$-(s_{JP} + s_{RW})^{(1-\alpha)} / [(1-\alpha)\{(n+\alpha)+ (m+g+d)\}^{1/(1-\alpha)}]$	$-(s_{JP} + s_{RW})^{(1-\alpha)} / [(1-\alpha)\{(n+\alpha)+ (m+g+d)\}^{1/(1-\alpha)}]$
y^*	y_{JP}^*/s_{JP} もしくは y_{RW}^*/s_{RW}	$(A_0 e^{-\alpha t}) (s_{JP} + s_{RW})^{(2-\alpha)/(1-\alpha)} / [(1-\alpha)\{(n+\alpha)+ (m+g+d)\}^{1/(1-\alpha)}]$	$(B_0 e^{gt}) (s_{JP} + s_{RW})^{(2-\alpha)/(1-\alpha)} / [(1-\alpha)\{(n+\alpha)+ (m+g+d)\}^{1/(1-\alpha)}]$
	y_{JP}^*/n もしくは y_{RW}^*/m	$-(A_0 e^{-\alpha t}) (s_{JP} + s_{RW})^{(1-\alpha)} / [(1-\alpha)\{(n+\alpha)+ (m+g+d)\}^{1/(1-\alpha)}]$	$-(B_0 e^{gt}) (s_{JP} + s_{RW})^{(1-\alpha)} / [(1-\alpha)\{(n+\alpha)+ (m+g+d)\}^{1/(1-\alpha)}]$
	y_{JP}^*/g もしくは y_{RW}^*/g	$(A_0 e^{-\alpha t}) [(s_{JP} + s_{RW}) / \{(n+\alpha)+ (m+g+d)\}]^{1/(1-\alpha)} [t - \alpha / \{(n+\alpha)+ (m+g+d)\} / (1-\alpha)]$	$(B_0 e^{gt}) [(s_{JP} + s_{RW}) / \{(n+\alpha)+ (m+g+d)\}]^{1/(1-\alpha)} [t - \alpha / \{(n+\alpha)+ (m+g+d)\} / (1-\alpha)]$
	y_{JP}^*/g もしくは y_{RW}^*/g	$-(B_0 e^{gt}) (s_{JP} + s_{RW})^{(1-\alpha)} / [(1-\alpha)\{(n+\alpha)+ (m+g+d)\}^{1/(1-\alpha)}]$	$-(A_0 e^{-\alpha t}) (s_{JP} + s_{RW})^{(1-\alpha)} / [(1-\alpha)\{(n+\alpha)+ (m+g+d)\}^{1/(1-\alpha)}]$
r^*	r_{JP}^*/s_{JP} もしくは r_{RW}^*/s_{RW}	$-\{(n+\alpha)+ (m+g+d)\} / (s_{JP} + s_{RW})^2$	$-\{(n+\alpha)+ (m+g+d)\} / (s_{JP} + s_{RW})^2$
	r_{JP}^*/n もしくは r_{RW}^*/m	$1 / (s_{JP} + s_{RW})$	$1 / (s_{JP} + s_{RW})$
	r_{JP}^*/g もしくは r_{RW}^*/g	$1 / (s_{JP} + s_{RW})$	$1 / (s_{JP} + s_{RW})$

2国モデルにおける定常解 k^* 、 y^* 、 r^* に対する内外の各パラメーターの効果、粗貯蓄率 s_{JP} と s_{RW} 、就業者数増加率 m と n 、技術進歩率 α と g のそれぞれについて比較すると、図表 - 26 のと

おり、外国の偏微係数は日本のそののちょうど 倍になっている (y^* に対する偏微係数を除く)。通常は >1 であるから、粗貯蓄率・就業者数増加率・技術進歩率のいずれかに関して、内外で同じだけ変化すると、経済規模の違い (相対比) だけ外国の効果が強く現れることを意味する。

また、2 国モデルにおける「日本の貯蓄投資バランスの GDP 比」の定常解に対する内外の各パラメーターの効果は、図表 - 27 のとおりである。

図表 - 27 2 国モデルの「貯蓄投資バランスの GDP 比」定常解に対する両国パラメーターの効果

パラメーター		効果
粗貯蓄率	$\{(ex^* + rf)/y^*\} / s_{JP}$	$[1 - (n_+ + - m - g - d) / \{(n_+ +) + (m+g+d)\}] / (1 +)$
	$\{(ex^* + rf)/y^*\} / s_{RW}$	$[-1 - (n_+ + - m - g - d) / \{(n_+ +) + (m+g+d)\}] / (1 +)$
就業者数	$\{(ex^* + rf)/y^*\} / n$	$-(s_{JP} + s_{RW})(m+g+d) / \{(n_+ +) + (m+g+d)\}^2 < 0$
	$\{(ex^* + rf)/y^*\} / m$	$(s_{JP} + s_{RW})(n_+ +) / \{(n_+ +) + (m+g+d)\}^2 > 0$
技術進歩	$\{(ex^* + rf)/y^*\} /$	$-(s_{JP} + s_{RW})(m+g+d) / \{(n_+ +) + (m+g+d)\}^2 < 0$
	$\{(ex^* + rf)/y^*\} / g$	$(s_{JP} + s_{RW})(n_+ +) / \{(n_+ +) + (m+g+d)\}^2 > 0$

国内の就業者数増加率、技術進歩率の上昇が「日本の貯蓄投資バランスの GDP 比」の定常解に対してマイナスの効果を必ず及ぼすのに対して、外国の就業者数増加率、技術進歩率の上昇はプラスの効果を必ず及ぼす。また、両国の就業者数増加率、ないし、技術進歩率が同じだけ上昇した場合には、変化前の「 $n_+ +$ 」が「 $m+g+d$ 」より大きければプラス、小さければマイナスの効果を及ぼすことがわかる。

粗貯蓄率の効果の正負は無条件には確定しないが、各パラメーターが現実にとり得る値を考えると、国内の粗貯蓄率上昇はプラスに、外国の粗貯蓄率上昇はマイナスに働く公算が高い。両国の粗貯蓄率が同じだけ上昇した場合の「日本の貯蓄投資バランスの GDP 比」の定常解に対する効果は、「 $n_+ +$ 」が「 $m+g+d$ 」より大きければ必ずマイナス、小さければ必ずプラスになる。

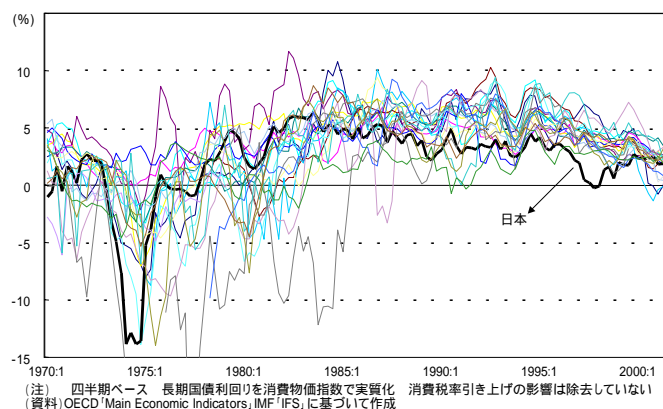
Solow 型 2 国モデルの現実的妥当性

本稿で扱った 3 つのモデルを比較すると、構造上、最も一般性が高いのは、2 国モデルである。しかし、現実的妥当性という意味で 2 国モデルが無条件に優れているとは限らない。小国モデル、2 国モデルのいずれも、自由に資金が国際移動し、結果として実質金利が国際的に均等化するような状況を想定しており、それが資本ストックの蓄積と経済成長に反映される構造となっている。つまり、輸出入が行われていても、自由な国際資本移動が制限されていたり、

何らかの制約があって、経済成長に必要な資本ストックの蓄積を賄う資金として海外資金はあまり活用できない⁽¹⁰⁾、国際的な金利裁定が働かない、という状況であれば、単純な閉鎖経済モデルの方が現実的な説明力は高いであろう。

そこで、目安となる実質金利が OECD 諸国の間で均等化しているかどうか、推移を見たのが図表 - 28 である。

図表 - 28 OECD21 ヶ国における実質長期金利の推移



各時点における標準偏差や変動係数（＝標準偏差÷平均値）を計測すると、明確に傾向が現れるが、70年代より80年代、80年代よりは90年代において、実質金利の国際的収斂が進んでいる。各国の金融の自由化、国際化の流れの中で国際資本取引が世界的なレベルで本格化したのは80年代半ば以降であり、それ以前の実質金利は国毎の格差も大きい⁽¹¹⁾。

したがって、定常状態に向かった資本蓄積の進行と所得水準の向上、裏腹の現象として起こる資本ストック増加率の低下と限界生産力の低下など、70年代末までの日本経済の動きを骨太に描く、経済成長率をトレースするという意味では、閉鎖経済モデルの方が適しているかもしれない。しかし、80年代半ば以降に関して、開放経済下で日本が外国からどのような影響を受け、どのようなメカニズムで経済成長に反映されているかを理解しようとするならば、さらには、今後の高齢化で内外の各要因が経済成長や貯蓄投資バランスにどの程度の影響を及ぼすかを見極めようとするならば、2国モデルに拠らなければならない。日本の経済規模を考えると、小国モデルはふさわしくないかもしれないが、外国の影響に限定して考える場合には、定

⁽¹⁰⁾ 国際資本移動が十分でなければ、国内の投資は国内の貯蓄に制約される。この状況は“Feldstein and Horioka's Paradox”として有名である。その原因に対する論考、問題提起の意義、実証分析手法を巡る論争などについては、例えば、Frankel(1992)が簡潔に整理している。

⁽¹¹⁾ Frankel(1992)は各国間の実質金利格差を“country premium”と“currency premium”に分解して計測し、前者の消失が80年代の国際的収斂をもたらしたことを明らかにし、後者の動向次第では今後も国際格差が生じ得ることを指摘した。また、70年代は、日本を含め、実質金利算定のベースとなる名目国債利回りが実勢を十分に反映していない可能性もあろう。

性分析の良いツールにはなるであろう。

2 国モデルは閉鎖経済モデルと小国モデルを特殊ケースとして包括できる構造になっており、3つのモデルは相互に補完的な存在として考えるべきであろう。

(2) 開放経済下における高齢化の影響

最後に、2 国モデルを用いて、今後の高齢化が経済に及ぼす影響を、具体的に試算してみたい。高齢化の影響は、端的には、労働力人口の減少と従属人口比率の上昇を通じて現れるであろう。確実ではないが、粗貯蓄率の低下ももたらす公算が高い。高齢化は日本のみならず他の先進国においても進行するから、貯蓄投資バランス決定に最も重要な影響力を持っているのが内外の粗貯蓄率であることに鑑みれば、現在よりも貯蓄投資バランスの黒字が拡大することもあり得るし、赤字化することもあり得る。もし、赤字化が起これば、どのような状況においてであろうか。以下では、国連の「World Population Prospects (The 2000 Revision)」や国立社会保障人口問題研究所の「将来推計人口(平成14年1月推計)」を用いて具体的な試算を行い、これらの問題を検討する。

労働力人口減少の影響

労働力人口は、男女別の各年齢階層における人口と労働力率の積の総和として決まる。したがって、ある階層の労働力率が上昇すれば、人口減少を相殺する効果が期待できる。しかし、労働力率の上昇幅には限度があるし、元来労働力率の低い高齢層のウエイトが高まるといって人口構成が変化するので、社会全体の労働力率はむしろ低下する公算が高い。

かりに、社会全体の労働力率は不変とみなし、15～64歳人口の変化率を労働力人口の変化率として、「日本」と「外国(他のOECD諸国)」の労働力人口変化率(n、m)を計算しても、図表-29に示すとおり、労働力人口の減少は避け難い。

図表 - 29 日本と他の OECD 諸国の将来人口

年	2000	2010	2020	2030	2040	2050
総人口 (万人)						
日本	12,693	12,747	12,411	11,758	10,934	10,059
他のOECD諸国	100,185	105,775	110,433	114,099	116,121	116,953
OECD諸国計	112,894	118,597	123,029	126,228	127,680	127,875
15-64歳人口 (万人)						
日本	8,638	8,166	7,445	6,958	6,099	5,389
他のOECD諸国	66,527	71,530	72,866	71,281	69,951	69,017
OECD諸国計	75,185	79,723	80,356	78,322	76,147	74,596
15-64歳人口の対10年前比 (年率換算)						
日本	0.0%	-0.6%	-0.9%	-0.7%	-1.3%	-1.2%
他のOECD諸国	0.9%	0.7%	0.2%	-0.2%	-0.2%	-0.1%
OECD諸国計	0.8%	0.6%	0.1%	-0.3%	-0.3%	-0.2%

(資料) 日本は国立社会保障人口問題研究所「将来推計人口(平成14年1月推計)」(中位推計)
 他はUnited Nations「World Population Prospects: The 2000 Revision」(中位推計)による

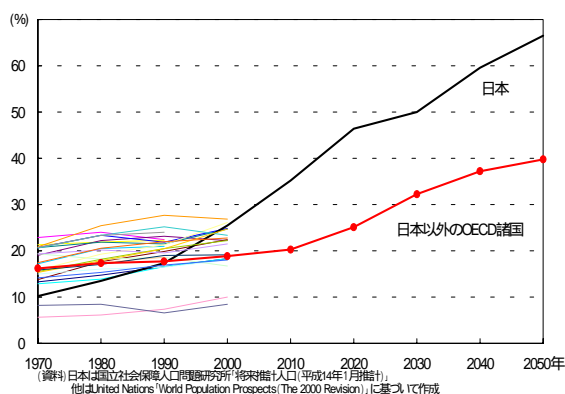
日本の労働力人口は2010年までに減少トレンドとなるのに対して、「外国」の方は2030年くらいからである。2050年までの年率平均では、 n は-1%、 m は0%程度である。水準に1%の差はあるものの、現状より低下する点では「日本」「外国」ともに共通であり、 n 、 m の低下による効果だけを考えると、 k^* 、 y^* の押し上げ要因、 r^* の押し下げ要因となる。

粗貯蓄率低下の影響

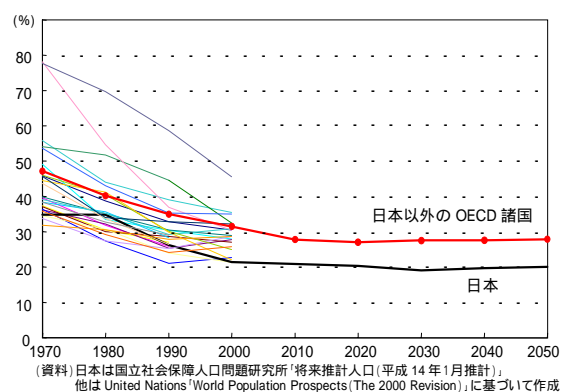
高齢化のもうひとつの大きな側面は社会的な扶養負担の増大であり、「生産には従事しないが、蓄積された資産を使って消費を行う」高齢者が増えることは、社会全体の粗貯蓄率を低下させる可能性が高い。

社会的な扶養負担の代表的指標である「老年従属人口比率(=65歳以上人口÷15~64歳人口×100)」を見ると、図表-30のとおり、日本の場合、2050年には2000年より41.0%ポイントも上昇して、66.5%にも達する。他のOECD諸国の場合、全体で見ると、上昇幅は日本ほどではないが、2050年には2000年より22.0%ポイント高い40.8%に達する。

図表-30 OECD諸国の老年従属人口比率



図表-31 OECD諸国の幼年従属人口比率



また、マクロ貯蓄率関数の実証分析においては、多くの研究者によって、老年従属人口比率の上昇が粗貯蓄率を低下させることが報告されている⁽¹²⁾。改めてOECD諸国の最新データ(70~99年のパネルデータ)を用いて推定すると、先行研究と同様の結果が得られた。図表-32に示すとおり、老年従属人口比率にかかる推定係数は-0.24~-0.97である。

⁽¹²⁾ 家計部門の貯蓄率関数に関する既存研究のサーベイや最新のパネルデータに基づく計測については、石川・矢嶋(2002)を参照されたい。

図表 - 32 粗貯蓄率関数の推定結果

推定方法	1人当たり実質GDP成長率	老年従属人口比率	幼年従属人口比率	備考
パネル固定効果OLS	0.490	-0.842	0.060	24ヶ国、1970-99年
	0.390	-0.496	-0.177	同 1980-99年
パネル固定効果OLS	-	-0.973	0.058	24ヶ国、1970-99年
	-	-0.580	-0.228	同 1980-99年
パネル固定効果OLS	0.486	-0.719	-	24ヶ国、1970-99年
	0.430	-0.233	-	同 1980-99年
パネル固定効果OLS	-	-0.854	-	24ヶ国、1970-99年
	-	-0.244	-	同 1980-99年

(注) 被説明変数は粗貯蓄 ÷ GDP

(参考) Norman Loayza, Klaus Schmidt-Hebbel and Luis Serven(2000)の推定結果

推定方法	1人当たり実質GDP成長率	老年従属人口比率	幼年従属人口比率	備考
クロスセクションOLS	0.878	-0.571	-0.016	他に説明変数あり、102ヶ国、61-94年
プールOLS	0.285	-0.133	-0.020	他に説明変数あり、98ヶ国 下段は自己ラグの係数から 計算した長期の効果
	1.439	-0.672	-0.101	
パネル固定効果OLS	0.271	-0.480	0.051	他に説明変数あり、98ヶ国 下段は自己ラグの係数から 計算した長期の効果
	0.633	-1.121	0.119	
パネルGMM	0.447	-0.772	-0.156	他に説明変数あり、98ヶ国 下段は自己ラグの係数から 計算した長期の効果
	0.722	-1.247	-0.252	

(注) 被説明変数は粗貯蓄 ÷ (GDP + 純海外経常移転)

これらとは反対に、個票データに基づく分析などから「家計には利他的な遺産動機があるため、高齢化が進んでも貯蓄率はほとんど変化しない」という見方も厳然と存在する。

かりに、「老年従属人口比率1%ポイントの上昇で粗貯蓄率は0.5%ポイント低下する」として、前述の老年従属人口比率の将来値に当てはめると、2050年までに日本は20%、他のOECD諸国は10%も粗貯蓄率が下がってしまうことになる。黄金律の条件から考えると、両国の粗貯蓄率がともに資本分配率を下回る過小資本、過小蓄積の状況に該当し、技術進歩率が低い場合には「自然単位で見た1人当たり実質GDP」が現状を下回る事態もあり得る。1人当たり消費の最大化を実現するための最適な成長経路が選択されるRamsey型モデルにおいては、こうした事態は生じない。粗貯蓄率を外生的に扱うのがSolow型モデルの特徴であるが、所得、生活水準が下がることを放置して社会的な貯蓄率がそこまで下がるのか、そうした前提が適切かということにも配慮しなければならない。本稿の目的は貯蓄決定メカニズムの解明や貯蓄率関数の探求にはないので、これを定常解試算上の粗貯蓄率の下限値として位置づけたい。もちろん、ここで想定するよりも更に低い水準まで粗貯蓄率が低下するという可能性を排除するものではない。

一方、中立命題が完全に成立するほどには家計が利他的かつ合理的とは考え難いので、「粗貯蓄率がほとんど変化しない」とするの極端な想定に思われる。したがって、現状と同水準の粗貯蓄率は上限値として位置づけたい。

また、両者の中間に位置する粗貯蓄率として、「日本は10%低下、他のOECD諸国は5%低下」というケースも想定する。

日本の貯蓄投資バランスは赤字化するか？

以上で、高齢化の影響を試算するための前提として必要な値の目安ができたことになる。

図表 - 33 高齢化の影響試算の前提

	ベースライン	同 50年後	ケース1	ケース2	ケース3
資本分配率	33.00%	33.00%	33.00%	33.00%	33.00%
資本減耗率(日本)	8.0%	8.0%	8.0%	8.0%	8.0%
(外国) d	5.0%	5.0%	5.0%	5.0%	5.0%
技術進歩率(日本)	1.0%	1.0%	1.0%	1.0%	1.0%
(外国) g	1.0%	1.0%	1.0%	1.0%	1.0%
粗貯蓄率(日本) s_{JP}	30.0%	30.0%	30.0%	20.0%	10.0%
(外国) s_{RW}	22.0%	22.0%	22.0%	17.0%	12.0%
就業者数増加率(日本) n	1.0%	1.0%	-1.0%	-1.0%	-1.0%
(外国) m	2.0%	2.0%	0.0%	0.0%	0.0%
内外経済規模の比	6.50	6.57	6.57	6.57	6.57

これらを反映した 50 年後の定常解の計算結果は図表 - 34 のとおりである。

図表 - 34 高齢化の影響試算の結果

	ベースライン	同 50年後	ケース1	ケース2	ケース3
1人当たり資本ストック k	4.63	4.62	6.99	4.59	2.55
1人当たり実質GDP y	1.66	1.66	1.90	1.65	1.36
同 自然単位(万円) y	842	1388	1591	1385	1141
資本係数 k/y	2.79	2.79	3.68	2.78	1.87
実質金利 r	3.83%	3.83%	0.97%	3.88%	9.62%
貯蓄投資バランスのGDP比 $(ex+rf)/y$	2.10%	2.10%	0.55%	-2.22%	-4.99%

ベースラインの定常解と比較すると、粗貯蓄率は下がらずに内外の労働力人口増加率（就業者数増加率）のみが2%ずつ下がる「ケース1」では、効率単位で見た就業者1人当たり実質GDPは上昇し、実質金利は低下する。GDP水準が上昇する効果で貯蓄投資バランスのGDP比は黒字幅が縮小する。

内外の粗貯蓄率が大幅に下がる「ケース3」(労働力人口増加率と技術進歩率に関する想定は「ケース1」と同じ)では、効率単位で見た1人当たり実質GDPは低下し、実質金利は大幅に上昇する。年率1%の技術進歩を想定しているため、自然単位で見た就業者1人当たり実質GDPはベースラインを上回る。貯蓄投資バランスのGDP比は大幅の赤字となる。

中間的な「ケース2」では、効率単位で見た就業者1人当たり実質GDPは微減し、実質金利はわずかに上昇、貯蓄投資バランスのGDP比は赤字、という比較的穏当な姿が描き出されている。

試算の前提となった内外の労働力人口増加率と粗貯蓄率の変化の余地を再考すると、労働力人口増加率の方は今後変化があるとしても最大2パーセント程度であろう。一方、粗貯蓄率の方は、日本のそれが過去30年間で12%も低下した事実が示すように、大きく変化する可能性が残っている。

つまり、効率単位で見た1人当たり実質 GDP の定常解に関しては、粗貯蓄率が不変という最も都合の場合においても、労働力人口増加率の変化による押し上げ効果は限定的と言える。粗貯蓄率の方は大きく変化する余地があるという意味で不確実性も高いが、低下幅次第では、効率単位で見た1人当たり実質 GDP の定常解が大きく低下するし、実質金利は大きく上昇する。言うまでもなく、生活水準に直結する自然単位で見た就業者1人当たり実質 GDP は技術進歩率次第である。

内外の粗貯蓄率の想定は「ケース1」「ケース2」「ケース3」と同じにして、内外の技術進歩率を0.4%という想定に変えると、結果は図表-35のとおりとなる。

図表 - 35 技術進歩率0.4%の下での試算結果

	ベースライン	同 50年後	ケース4	ケース5	ケース6
1人当たり資本ストック k	4.63	5.18	8.13	5.34	2.97
1人当たり実質GDP y	1.66	1.72	2.00	1.74	1.43
同 自然単位(万円) y	842	1067	1239	1078	888
資本係数 k/y	2.79	3.01	4.07	3.07	2.07
実質金利 r	3.83%	2.97%	0.11%	2.74%	7.93%
貯蓄投資バランスのGDP比 $(ex+rf)/y$	2.10%	1.72%	-0.12%	-2.73%	-5.33%

内外の粗貯蓄率が大幅に下がる「ケース6」においても、50年後の自然単位で見た就業者1人当たり実質 GDP はベースラインを上回る。

これまでの議論は定常解ベースのものであり、現実の動きはどうなるであろうか。自然単位で見た就業者1人当たり実質 GDP ベースの定常解が元の定常解の水準より低くなるケースにおいても、定常解の下方シフトに伴って現実の1人当たり実質 GDP がすぐに低下するとは限らない。現実の経済では定常解のシフトと新たなる定常解への収束過程が常に起こり、後者は時間をかけて進行していくからである。

しかし、それを踏まえたうえでも、日本経済はすでに定常解の近傍に位置していると考えられる。もし、現状がベースラインの定常解の86%に相当する水準にあるならば、「ケース6」の新たなる定常解の水準と現状水準とはちょうど一致する。つまり、今後50年間の平均的な1人当たり実質 GDP 成長率は効率単位ベースではゼロだが、自然単位ベースでは技術進歩率の0.4%を若干下回るペースとなるであろう。現状が定常状態にある場合は、新しい定常解へのシフト(低下)をかりに50年間程度で完了するならば、効率単位ベースの平均的成長率は-0.3%、自然単位ベースでは0.1%程度にとどまるであろう。

また、貯蓄投資バランスのGDP比に関しては、「ケース4」「ケース5」「ケース6」ともに赤字になっている。「ケース1」「ケース2」「ケース3」の試算結果と合わせると、貯蓄投資バランスに対する各パラメーターの影響が微妙であることがわかる。いずれにしても、現状と比べて黒字幅が縮小、ないし、赤字化するケースが描き出されている。日本の粗貯蓄率低下幅が相対的に大きければ、こうした傾向は一層強まる。一般に、「貯蓄率が低下しても、投資率も高齢

化の影響を受けて低下する可能性があるので、貯蓄投資バランスがどうなるかはわからない」
「高齢化が必ずしも貯蓄率の低下をもたらすとは限らない」と言われるが、方向性としては黒字縮小か赤字化の公算が高いことを示唆している。

高齢化に伴う各種パラメーターの変化による効果を具体的な数字を以って示したが、当然ながら、以上で示した経済像は試算の域を出ない。想定次第では、別の経済像を描くことも可能である。しかし、効率単位で見た1人当たり実質 GDP や実質金利に関して、内外の粗貯蓄率の行方が鍵を握っていることを示すことができたであろう。

おわりに

本稿では、新古典派経済成長理論の枠組みで、開放経済下における経済成長を考察した。まず、教科書的な Solow 型の閉鎖経済モデルを出発点として、開放経済下の小国モデル、2国モデルを構築し、コブ・ダグラス型生産関数の下で、定常状態における1人当たり資本ストック、1人当たり実質 GDP、実質金利、貯蓄投資バランスを明示的な形で表現した。「日本」と「外国」の粗貯蓄率、就業者数増加率(労働力人口増加率)、技術進歩率の違いや経済規模の差も含めて両国の影響が明示的な形で反映された Solow 型2国モデルを中心に、定常解に対する各パラメーターの効果を解析的に分析し、定常状態への移行過程も併せて検討した。補論においては、閉鎖経済モデルと小国モデルに関して、粗貯蓄率が内生的に決定される Ramsey 型モデルによる検討結果が Solow 型モデルの結果と大きく変わらないことも確認している。

本稿の2国モデルによる分析の特徴は、2国間の差異を粗貯蓄率だけでなく、就業者数増加率、技術進歩率にも認め、両国の経済規模の比率も含めて、現実の統計と対応づけを行ったことにある。そして、各パラメーターに適切な値を代入することによって、その2国モデルが十分に現実的妥当性を持つことが確認できた。また、各パラメーターを変化させることにより、今後の高齢化に伴ってマクロ経済の姿が現状からどのように変わり得るかも試算した。日本の貯蓄投資バランスの赤字化がどのようなパラメーターの組み合わせとして実現するかなど、具体的な数値の組み合わせ例を提示した。

しかしながら、本稿では取り扱わなかった分析課題も残っている。賃金所得と利子所得の関係や国際的な所得分配の問題、社会的厚生などについては言及しなかった。枠組みの点でも、1財モデルであるため、産業上の特化の問題や国際貿易のパターンが考察対象外となっている。2つの異なった財を生産する2つの産業があり、2産業の生産構造の違いが異なった資本分配率に反映されるとすれば、貯蓄率の高い国が資本集約的産業に特化し、貯蓄率の低い国が労働集約的産業に特化する状況が想定される。その場合、貯蓄率の高い国から低い国への国際資本移動は、1財モデルが示すほどには、起こらないであろう。つまり、本稿が採用した1財モデルでは、高貯蓄率の国の貯蓄が国際資本移動を

通じて低貯蓄率の国の資本蓄積に貢献する構造が強く反映される性格を持っていることには、留保を要する⁽¹³⁾。

また、モデル全般について、強い仮定に依存している部分や、単純化し過ぎている部分もあろう。人口構成変化を間接的に反映する形から、明確な世代重複型のモデルに発展させることも可能である。政府・企業・家計などの部門を明示的に分割したり、外生的に取扱った要因の幾つかを内生化するというテーマも設定可能である。

これらは、今後の課題としたい。

⁽¹³⁾ 時間選好率が異なる2国の2財モデルによる分析を行った Fukao and Hamada(1994)がこれらの点を指摘し、さらに、定性的には異なることを明らかにしている。

以下は、Ramsey 型経済成長モデルをコブ・ダグラス型生産関数が成立する閉鎖経済、および、小国経済に適用した場合の定常解とモデル特性についての検討結果である。粗貯蓄率が内生的に決定されるという点を除けば、定常解の解析的表現は Solow 型モデルのそれと同じになることが示される。すなわち、粗貯蓄率が外生的に与えられる Solow 型モデルは Ramsey 型モデルの特殊ケースとして位置づけることができる。なお、教科書的な Ramsey 型モデルに関する記述は、Blanchard and Fischer (1989)、Barro and Sala-i-Martin (1995)、Romer (1996) に基づくものである。

(1) Ramsey 型閉鎖経済モデル

家計から労働の供給と資金の貸借を受けた企業が生産を行い、家計は得られた賃金と利子所得をもとに行う消費を通じて効用を得る。均衡条件は以下のとおりである。

(家計)

自然単位で見た 1 人当たり資産 a 、賃金 w 、消費 c 、金利 r (すべて実質表示)、就業者数増加率 n とすれば、家計の予算制約式は次のように表される。

$$a = w + ra - c - na \quad \dots\dots (4) - 1$$

消費の経路は、制約条件付の通時的効用最大化問題として解ける。ハミルトン関数は次のように表現される。

$$H = u(c) e^{-\rho t} + \lambda \{w + (r - n)a - c\} \quad \dots\dots (4) - 2$$

$$U = \int_0^{\infty} u(c) e^{-\rho t} dt \quad \dots\dots (4) - 3$$

$$u(c) = (c_t^{1-\sigma} - 1) / (1 - \sigma) \quad \dots\dots (4) - 4$$

$u(c)$: 効用関数、 σ : 相対的危険回避度 (異時点間の代替の弾力性の逆数)

ただし、ハロッド中立型技術進歩率を n とすれば、効用が発散しないための条件として、次の仮定が付加される。

$$-\rho - (1 - \sigma)n > 0 \quad \dots\dots (4) - 5$$

$$\rho > 0 \quad \dots\dots (4) - 6$$

最適解は一階の条件より⁽¹⁴⁾、

(14) 一階の条件 $H/c = 0$ より、 $\lambda = u'(c) e^{-\rho t}$ および $\lambda = -H/a$ より、 $\lambda = -(r - n)$ を λ に代入して、 $e^{-\rho t} u'(c) - (r - n) e^{-\rho t} u'(c) = -e^{-\rho t} (r - n) u'(c)$ 整理して、 $r = -c/c \cdot \{u'(c)/u'(c)\} = r + c/c$

$$c/c = (r - \delta) / \dots (4) - 7$$

効率単位で見た 1 人当たり消費 c に関しては、

$$c = ce^{-\rho t} \dots (4) - 8$$

$$c/c = (r - \delta) / \dots (4) - 9$$

(企業)

まず、生産関数を以下のように定義する。

$$Y = F(K, e^{(\rho+n)t}L_0) \dots (4) - 10$$

$$y = Y / e^{(\rho+n)t}L_0 = ye^{-\rho t} \dots (4) - 11$$

$$k = K / e^{(\rho+n)t}L_0 = ke^{-\rho t} \dots (4) - 12$$

限界生産力命題より、

$$y / k = r + \delta \dots (4) - 13$$

$$w = e^{-\rho t} \{ y - k \delta \} \dots (4) - 14$$

Y : 実質 GDP、 K : 資本ストック、 L : 就業者数、 δ : 資本減耗率

(均衡)

企業の資本ストックと家計資産との関係は、次のとおりである。

$$a = k = ke^{-\rho t} \dots (4) - 15$$

資本蓄積の動学方程式は、

$$\dot{k} = y - c - (n + \delta)k \dots (4) - 16$$

(4) - 9、(4) - 13 式より、

$$c/c = (y/k - \delta - n) / \dots (4) - 17$$

(定常状態)

定常状態は、 $\dot{k} = \dot{c} = 0$ より、

$$y^* / k^* = \delta + n \dots (4) - 18$$

$$r^* = \delta + n \dots (4) - 19$$

$$c^* = y^* - (\delta + n)k^* \dots (4) - 20$$

これらの関係式によって、Ramsey 型モデルの定常状態における 1 人当たり資本ストック、1 人当たり実質 GDP、1 人当たり実質消費、実質金利が規定される。

そして、Ramsey 型モデルの定常状態における 1 人当たり資本ストック k^* は Solow 型モデルにおける黄金律の 1 人当たり資本ストック k_{Gold} より低水準である。(4) - 5 式を(4) - 18 式に反映すれば、それを確認できる。

$$y^*/k^* = \delta + n > \delta + n_{Gold} = y_{Gold}/k_{Gold} \quad \dots\dots (4) - 21$$

よって、

$$k^* < k_{Gold} \quad \dots\dots (4) - 22$$

就業者数増加率 n 、ハロッド中立型技術進歩率 δ 、相対的危険回避度 σ を考慮に入れたうえで、時間選好率 β が正の値をとるため、その分だけ貯蓄より現在消費が選好されて、資本ストックは黄金律の水準を下回るということである。そのため、Ramsey モデルの下で与えられる最適資本ストック水準は「修正黄金律 (Modified Golden Rule)」と呼ばれている。

生産関数をコブ・ダグラス型に特定化すると、定常解は次のとおりである。

$$y^* = k^* \{ \delta + n \}^{1/(1-\sigma)} \quad \dots\dots (4) - 23$$

$$k^* = \{ \delta + n \}^{1/(1-\sigma)} \quad \dots\dots (4) - 24$$

また、粗貯蓄率を s とすれば、定常状態における s^* は次のとおりである。

$$s^* = 1 - c^*/y^* = (n + \delta) / (\delta + n) \quad \dots\dots (4) - 25$$

このように、Solow 型モデルとの定常解とは一見異なるように見えるが、実は同値である。上式を変形すると、

$$s^* = (n + \delta) / (n + \delta) \quad \dots\dots (4) - 26$$

$$k^* = \{ s^* / (n + \delta) \}^{1/(1-\sigma)} \quad \dots\dots (4) - 27$$

$$y^* = \{ s^* / (n + \delta) \}^{1/(1-\sigma)} \quad \dots\dots (4) - 28$$

$$r^* = (n + \delta) / s^* - \delta \quad \dots\dots (4) - 29$$

Solow モデルが外生的に扱う粗貯蓄率は Ramsey モデルでは内生変数であるが、定常状態においてはそれを用いて表現した他の変数が Solow モデルにおける表現と同じであるのだから、Solow モデルは Ramsey モデルの特殊ケースとして位置付けることができる。もちろん、移行過程においては粗貯蓄率が変化する Ramsey モデルと Solow モデルとは同じではない。また、Ramsey モデルにおける n は、 s^* には影響を及ぼすが、 k^* 、 y^* 、 r^* には直接影響しない。他方、Solow モデルにおける n は、 k^* 、 y^* 、 r^* に直接影響する。このように、変数相互の因果関係が両モデルで異なる面がある。しかし、社会的割引率 β が個人の時間選好率 β と社会全体にかかわる労働力人口増加率 n から構成されると考えれば ($\beta = \beta + n$) Ramsey モデルにおける n の効果は、黄金律を満たす Solow モデルにおける n の効果と本質的に同じである。

したがって、粗貯蓄率が内生変数だということを認識したうえで Solow モデルを用いれば、Ramsey モデルとは違って⁽¹⁵⁾、過剰貯蓄・過少貯蓄の可能性を排除しないという意味での使い勝手は Solow モデルの方がよい面もある。本稿で Solow モデルを中心に検討したのは、まさしく、この点とパラメーターが現実データからすべて得られる点からである。いずれにしても、Solow モデルと Ramsey モデルとは補完的な関係にあると言えるであろう。

(移行過程)

体系としては資本蓄積と消費の経路を決める 2 本の微分方程式(4) - 16、(4) - 17 式によって連続的時間における定常状態への収束過程が表現できる。Barro and Sala-i-Martin (1995) に従えば、以下の対数線形近似が可能である。

$$\log(k_t) = (1 - e^{-\lambda t}) \log(k^*) + e^{-\lambda t} \log(k_0) \quad \dots (4) - 30$$

$$\log(y_t) = (1 - e^{-\lambda t}) \log(y^*) + e^{-\lambda t} \log(y_0) \quad \dots (4) - 31$$

$$\log(c_t) = (1 - e^{-\lambda t}) \log(c^*) + e^{-\lambda t} \log(c_0) \quad \dots (4) - 32$$

$$= 0.5 \{ \lambda^2 + 4(1 - \lambda) / \lambda \cdot (\lambda + \lambda) [(\lambda + \lambda) / \lambda - (n + \lambda)] \}^{0.5} - 0.5 \quad \dots (4) - 33$$

$$= -n - (1 - \lambda) > 0 \quad \dots (4) - 34$$

上記の対数線形近似式による各時点の値は、形式的には、時間とともに変化する可変ウエイト $e^{-\lambda t}$ による初期値と定常解の加重平均に等しい。

(2) Ramsey 型小国モデル

閉鎖経済モデルとの相違点は、 対外借入が可能であり、貯蓄と投資の乖離が許される、 小国の仮定から、実質金利は外生的な世界実質金利に一致する、 結果的に移行ダイナミクスは存在しない、あるいは、定常状態への収束速度が無大であるということである。

(企業)

企業部門の想定は、閉鎖経済モデルと同じである。

(4) - 10 ~ (4) - 14 式と同様に、生産構造を以下のように記述できる。

$$Y = F(K, e^{-(n+\lambda)t} L_0)$$

$$y = Y / e^{-(n+\lambda)t} L_0 = ye^{-\lambda t}$$

$$k = K / e^{-(n+\lambda)t} L_0 = ke^{-\lambda t}$$

⁽¹⁵⁾ 家計の生存期間を有限とする世代重複モデルにすれば、Ramsey 型モデルでも動学的に非効率な状況は生ずる。ただし、連続的に世代が登場する、現実に近い構造の下ではその効果は薄れる。

$$y/k = r_f + \dots (4) - 35$$

$$w = e^{-\rho t} w = e^{-\rho t} (y - k \dot{y}/k) = e^{-\rho t} \{ y - k(r_f + \dots) \} \dots (4) - 36$$

閉鎖経済モデルと異なるのは、実質金利は外生的な世界実質金利に一致するため、資本の限界生産力が消費・貯蓄とは無関係に決まり、世界実質金利によって資本ストックおよび実質 GDP 水準が決定されることである。常に現実の資本ストックと実質 GDP は定常状態を意味し、移行ダイナミクスは存在しない。

(家計)

対外借入(貸出)が可能のため、家計資産は企業の生産に用いられる資本ストックと対外純資産の和に等しい。また、対外純資産は家計純資産と国内資本ストックの差に等しい。

$$a = k + f = a_e \dots (4) - 37$$

a : 自然単位で見た 1 人当たり資産、a : 効率単位で見た 1 人当たり資産、f : 自然単位で見た 1 人当たり対外純資産、f : 効率単位で見た 1 人当たり対外純資産、c : 自然単位で見た 1 人当たり消費、c : 効率単位で見た 1 人当たり消費

家計の予算制約式は(4) - 1 式と基本的には同じである。

$$a = w + r_f a - c - n a \dots (4) - 38$$

(4) - 36 式、(4) - 38 式をもとに、効率単位で見た 1 人当たり資産に関する方程式に変形すると、次式が得られる。

$$a = k + f = y - (r_f + \dots)(k - a) - a(n + \dots) - c \dots (4) - 39$$

f = a - k であるから、上式から a を消去すれば、対外純資産の増加は貯蓄投資バランスに等しいという国民経済計算上の恒等式として表現することも可能である。閉鎖経済モデルの場合は、f = 0 という特殊ケースとして位置づけられる。

$$f + (n + \dots)f = y - c - k(n + \dots) + r_f f - \dot{k} \dots (4) - 40$$

消費の経路は、制約条件付の通時的効用最大化問題として解ける。形式的には閉鎖経済モデルと異なる。すなわち、

$$H = u(c) e^{-\rho t} + \lambda \{ w + (r_f - n) a - c \}$$

$$U = \int_0^{\infty} u(c) e^{-\rho t} dt$$

$$u(c) = (c_t^{1-\sigma} - 1) / (1 - \sigma)$$

c および c が満たすべき条件は以下のとおりである。

$$c/c = (r_f - \delta) / \dots (4) - 41$$

$$d/c = (r_f - \delta) / \dots (4) - 42$$

しかし、消費の変化率を規定する実質金利は世界実質金利に固定されるため、閉鎖経済モデルのように資本の限界生産力低下に伴って0に漸近していくというメカニズムが働かない。消費の変化率は定数である。(4) - 39式においては、kは一定値、cは時間の関数であるから、aは一定値に収束する1階1次の微分方程式の解として求めることができる。

ところで、世界実質金利 r_f に求められる条件は次のとおりである。

$r_f > \delta + n$ の場合、 c の変化率は正の定数であるから、消費は発散してしまうことになる。しかし、小国モデルが成立するためには、対外資産（負債）が発散しない、小国の仮定が満たされなくなるほど対外資産（負債）が増えていかないという条件から、 $r_f > \delta + n$ のケースは排除される。つまり、検討対象となり得るのは、 $r_f = \delta + n$ のケースである。

$r_f = \delta + n$ の場合、 c の変化率はゼロである。消費が変化しないことを、所得も常に定常解で変わらないことと重ね合わせると、貯蓄率不変を意味する。貯蓄率が最適化行動の結果として決まるが、結果としての貯蓄率は外生的に固定されているのと同じになる。つまり、モデルとしての実態は、Solow型小国モデルと変わらない。

$r_f < \delta + n$ の場合、 c の変化率は負の定数であるから、 c は0に漸近していく。額面通りに解釈すれば、こうした奇妙な特性は無限大の収束速度と同様に小国型のRamseyモデルの欠点とすることができる⁽¹⁶⁾。

つまり、Ramsey型小国モデルにおいて、消費が発散しないという条件に加えて、ゼロにもならないことを求めるならば、 $r_f = \delta + n$ を仮定したモデルを採用せざるを得ない。そして、それは実態的にSolow型小国モデルの採用と変わらない。ちなみに、Ramsey型小国モデルを用いて日本経済の将来を分析したDekle(2000)は、 $r_f = \delta + n$ を仮定している。

消費が0に漸近しない $r_f = \delta + n$ の場合の c および a の解は以下のとおりである。

$$c = a = 0 \dots (4) - 43$$

$$c = y - (n + \delta)k + r_f(a_0 - k) = w + (r_f - n - \delta)a_0 \dots (4) - 44$$

消費も対外資産も初期値から変動せず、貯蓄投資差額はゼロである。

$r_f < \delta + n$ の場合の c および a の解は以下のとおりである。

$$c = c_0 e^{t(r_f - \delta - n) / \dots} \\ = \{ -r_f(1 - \delta - n) \} / \dots \cdot \{ a_0 + w / (r_f - \delta - n) \} e^{t(r_f - \delta - n) / \dots} \dots (4) - 45$$

⁽¹⁶⁾ 柔軟に解釈すれば、パラメーターとして扱っている時間選好率が内生的に変化する可能性が指摘できる。つまり、小国モデルが成立するためには、いずれかの時点で $r_f = \delta + n$ に落ち着くものと考えられる。

$$a = \{a_0 + w / (r_f - n)\} e^{t(r_f - n)} - w / (r_f - n) \quad \dots (4) - 46$$

なお、 $t \rightarrow \infty$ の場合、 a は $-w / (r_f - n)$ に収束し、 a はゼロとなるから、貯蓄投資差額もゼロとなる。

(コブ・ダグラス型生産関数のケース)

生産関数をコブ・ダグラス型に特定化した場合の解は、次のとおりである。

$$k = \{s / (r_f + n)\}^{1/(1-\alpha)} \quad \dots (4) - 47$$

$$y = \{s / (r_f + n)\}^{\alpha/(1-\alpha)} \quad \dots (4) - 48$$

$$w = (1 - \alpha) \{s / (r_f + n)\}^{\alpha/(1-\alpha)} \quad \dots (4) - 49$$

以上より、コブ・ダグラス型生産関数を適用した場合の Ramsey 型閉鎖経済モデルと Ramsey 型小国モデルをそれぞれ Solow 型モデルと比較すると、下表のとおりである。

コブ・ダグラス型生産関数を想定した場合の Solow 型モデルと Ramsey 型モデルの比較

		Solow 型	Ramsey 型
閉鎖 経済 モデル	y^*	$\{s / (n + r_f)\}^{\alpha/(1-\alpha)}$	$\{s / (n + r_f + \alpha)\}^{\alpha/(1-\alpha)}$
	k^*	$\{s / (n + r_f)\}^{1/(1-\alpha)}$	$\{s / (n + r_f + \alpha)\}^{1/(1-\alpha)}$
	r^*	$(n + r_f) / s - \alpha$	$n + r_f + \alpha$
	s^*	仮定により、 $s^* = s$	$(n + r_f + \alpha) / (n + r_f + \alpha)$
	貯蓄投資差額	前提により常に 0	前提により常に 0
	収束速度	$(1 - \alpha)(n + r_f)$ Ramsey 型より遅い	$0.5\{n^2 + 4(1 - \alpha)(n + r_f + \alpha)\}$ $[(n + r_f + \alpha) / (n + r_f + \alpha) - (n + r_f + \alpha)]\}^{0.5} - 0.5$ $= -n - (1 - \alpha)$
小国 モデル	y^*	$\{s / (r_f + n)\}^{\alpha/(1-\alpha)}$	$\{s / (r_f + n)\}^{\alpha/(1-\alpha)}$
	k^*	$\{s / (r_f + n)\}^{1/(1-\alpha)}$	$\{s / (r_f + n)\}^{1/(1-\alpha)}$
	r^*	r_f	r_f
	s^* (分母は y^*)	仮定により、 $s^* = s$	$r_f < n + r_f + \alpha$: 1 に漸近する $r_f = n + r_f + \alpha$: $(n + r_f + \alpha) / (r_f + n)$
	貯蓄投資差額の GDP 比	$\{s - (n + r_f) / (r_f + n)\} / (n + r_f - sr_f)$	0
	収束速度	無限大	無限大

(参考文献)

- [1] 秋山太郎 (1988) 「経済成長と国際資本移動 - 2 国・世代重複モデルによる分析」 鬼塚雄丞・岩井克人編 『現代経済学研究』 東京大学出版会
- [2] 石川達哉 (2000) 「都道府県別に見た生産と民間資本および社会資本の長期的推移 純資本ストック系列による Convergence の検証」 ニッセイ基礎研究所 『所報』 Vol.15
- [3] 石川達哉 (2001) 「資本ストック蓄積および資本収益率と全要素生産性の関係 - 資本ストック蓄積に伴う収益率低下と情報化関連資本」 ニッセイ基礎研究所 『所報』 Vol.19
- [4] 石川達哉・矢嶋康次 (2002) 「家計の貯蓄行動と金融資産および実物資産」 ニッセイ基礎研究所 『所報』 Vol.21
- [5] 植田和男 (1986) 「経常収支と為替レート - 貯蓄・投資バランスによるアプローチ」 『金融研究』 第5巻第1号
- [6] 大山剛・吉田孝太郎 (1999) 「日本の貯蓄は過剰なのか：あるいは欧米主要国の貯蓄が過少なのか 修正黄金律の観点からみた主要国貯蓄率の分析」 日本銀行調査統計局 『ワーキングペーパーシリーズ』 99 - 5
- [7] 鬼塚雄丞 (1988) 「国際資本移動と長期 IS バランス 発展段階説における動学・静学分析の比較」 鬼塚雄丞・岩井克人編 『現代経済学研究』 東京大学出版会
- [8] 桜川昌哉 (2002) 「金融システムの効率性と国際資本移動」 『金融危機の経済分析』 第11章 東京大学出版会
- [9] 塩路悦朗 (2000) 「日本の地域所得の収束と社会資本」 吉川洋・大瀧雅之編 『循環と成長のマクロ経済学』 東京大学出版会
- [10] 浜田宏一 (1967) 「経済成長と国際資本移動」 東洋経済新報社
- [11] 深尾京司 (1987) 「日本の貯蓄・投資バランスと経常収支、為替レート」 『経済研究』 第38巻第3号
- [12] 深尾京司 (2000) 「国際資本移動 資本は豊かな国から貧しい国に流れるか」 福田慎一・堀内昭義・岩田一政編 『マクロ経済と金融システム』 東京大学出版会
- [13] 深尾京司 (2002 a) 「日本の貯蓄超過とバブルの発生」 村松岐夫・奥野正寛編 『平成バブルの研究 上 形成編 バブル発生とその背景構造』 東洋経済新報社
- [14] 深尾京司 (2002 b) 「黒字大国終焉論の誤解」 一橋大学経済研究所 『世代間利害調整プロジェクト ディスカッションペーパー』 97号
- [15] Allen, Roy George Douglas (1967) 「Macro-economic theory: a mathematical treatment」 Macmillan (R.G.D.アレン著、新開陽一・渡部経彦訳「現代経済学 マクロ分析の理論」 東洋経済新報社)
- [16] Barro, Robert J. and Xavier Sala-i-Martin (1995) 「Economic Growth」 McGraw-Hill (R.J. バロー・X. サラ・イ・マーティン著、大住圭介訳「内生的経済成長論」 九州大学出版会)

- [17] Blanchard, Olivier Jean and Stanley Fischer 「Lectures on macroeconomics」(1989) MIT Press (O.J. ブランチャード、S. フィッシャー著、高田聖治訳「マクロ経済学講義」多賀出版)
- [18] Buiter, Willem H. (1981) 「Time Preference and International Lending and Borrowing in an Overlapping-Generations Model」 Journal of Political Economy, Vol.89, No.4
- [19] Cutler, David M., James M. Poterba, Louise M. Sheiner and Lawrence H. Summers (1990) 「An Aging Society: Opportunity or Challenge?」 Brookings Papers on Economic Activity Vol. 1
- [20] Dekle, Robert (2000) 「Demographic destiny, per-capita consumption and the Japanese saving-investment balance」 OXFORD REVIEW OF ECONOMIC POLICY, VOL16, NO.2
- [21] Feldstein, Martin and Charles Horioka (1980) 「Domestic Saving and International Capital Flows」 The Economic Journal, Vol. 90
- [22] Findlay, Ronald (1978) 「An “Austrian” Model of International Trade and Interest Rate Equalization」 Journal of Political Economy, Vol.86, No.6
- [23] Fisher, Stanley and Jacob Frenkel (1974) 「Interest Rate Equalization and Patterns of Production, Trade and Consumption in a Two Country Growth Model」 Economic Record, Vol.50, No.132
- [24] Frankel, Jeffrey A. (1991) 「Quantifying International Capital Mobility in the 1980s」 NBER Working Paper Series W2856
- [25] Frankel, Jeffrey A. (1992) 「Measuring International Capital Mobilit: A Review」 American Economic Review, Vol.82, No.2
- [26] Fukao, Kyoji and Koichi Hamada (1994) 「Trade and Investment under Different Rates of Time Preference」 Journal of the Japanese and International Economies, Vol.8, No.1
- [27] Jones, Charles I. (1998) 「Introduction to economic growth」 W.W. Norton (チャールズ I. ジョーンズ著、香西泰監訳「経済成長理論入門：新古典派から内生的成長理論へ」日本経済新聞社)
- [28] Jones, Charles I. (2002) 「Sources of U.S. Economic Growth in a World of Ideas」 American Economic Review, Vol.92, No.1
- [29] Lipton, David and Jeffrey Sachs (1980) 「Accumulation and Growth in a Two-Country Model: A Simulation Approach」 NBER Working Paper Series W0572
- [30] Loayza, Norman and Klaus Schmidt-Hebbel and Luis Servén (2000) 「What drives private saving across the world?」 The Review of Economics and Statistics 82-No.2
- [31] Mankiw, N. Gregory (1992) 「Macroeconomics」 Worth Publishers (グレゴリー・マンキュー著、足立英之・地主敏樹・中谷武・柳川隆訳「マンキューマクロ経済学 2 応用編」東洋経済新報社)

- [32] Mishkin, Frederic S. (1982) 「 Are Real Interest Rates Equal Across Countries? An Empirical Investigation of International Parity Conditions 」 NBER Working Paper Series W1048
- [33] Obstfeld, Maurice and Kenneth Rogoff (1996) 「 Foundations of International Macroeconomics 」 MIT Press
- [34] Romer, David (1996) 「 Advanced Macroeconomics 」 McGraw-Hill (デビッド・ローマー著、堀雅博・岩成博夫・南條隆訳 「 上級マクロ経済学 」 日本評論社)
- [35] Ruffin, Roy (1979) 「 Growth and Long-Run Theory of International Capital Movements 」 American Economic Review, Vol.69, No.5
- [36] Stiglitz, Joseph E. (1970) 「 Factor Price Equalization in a Dynamic Economy 」 Journal of Political Economy, Vol.78, No.3