ソルベンシー概念と生保ALM

金融研究部 主任研究員　田中　周二

≪要　旨≫

1．平成4年6月に出された保険審議会答申では、保険会社の財務的健全性を強化するために、ソルベンシー・マージンの概念が初めて導入され、生保会社のリスク管理において中心的な役割を担うことになった。しかしながら、その定義の抽象性もあって具体的なイメージを描くことが難しい概念でもある。このレポートでは、欧米の生保会社で採用されているソルベンシー・マージンの考え方の発展過程を歴史的に辿るとともに、現状における考え方の整理を行う。

2．保険会社には保険契約債務を履行するための負債として責任準備金という概念がある。ソルベンシー・マージンは、責任準備金を超えて会社が保有すべき支払余力と定義されている。従って、ソルベンシー・マージン概念を明らかにするためには、責任準備金の概念との関係整理が必要となる。

3．責任準備金の規制は各国でそれぞれ異なった考え方を採っているため、ソルベンシー・マージンの概念を確立する上で一つの障害となっている。しかしながら、損害保険分野では、北欧を中心にして危険論を利用したソルベンシー研究が進み、その概念も徐々に発展してきた。その後、生命保険については、イギリス等を中心にソルベンシー研究が進められた。この結果、明らかになったことは、特に生保においては資産運用リスクの影響が大きいため、資産の価格変動を表現するモデルによる分析が不可欠だということである。

4．米国の生保でも、1970年代後期から、生保業界の収益悪化もあってソルベンシー分析理論の深化・発展が見られた。特に、金利感応型生保商品の販売により金利リスク管理が大きな経営上の課題となり、その分野の研究と実務への適用が鋭意、進められてきた。この流れが発展し、現在ではキャッシュフロー・ベースによるALMの概念が定着するようになっている。これにはファイナンス理論の発展が手伝っているが特にモーゲージ関連商品の評価理論と親近性が強い。

5．生保のリスク管理やALMは銀行に比較して非常に難しい面がある。それは生保の資産・負債のキャッシュフローに作用するリスクが多様で、かつ複雑に絡みあっていることも原因の一つである。従って、生保ALMが成功するためには、それらのリスクをいかに整理し、モデル化（定量化）するかが重要なポイントになる。

1. はじめに

平成4年6月に出された保険審議会答申では、ソルベンシー・マージンという概念が初めて導入され、その前年4月の保険経理小委員会報告ではこの概念を中心とした保険会社のリスク管理の在り方が論じられている。本稿では、欧米各国で研究されてきたソルベンシー概念について、さまざまな考え方やその発展の道筋をできるだけ基本に立ち戻って解説するとともに、保険会社のリスク管理手法として発展しつつあるキャッシュフロー型ALMの枠組みについてソルベンシー概念との関連において検討することを目的とする(1)。また、保険という長期商品の料率と負債評価(プライシングとバリュエーション)についての考え方をファイナンス理論における条件付請求権の評価の問題との関連性において理解することも試みたい。

そのために、今回の保険審議会答申においてソルベンシー・マージン概念がどのようにとりあげられているかを振り返ってみることにしよう。(「保険経理の見直し及びディスクロージャーの整備について」保険経理小委員会報告〔平成3年4月26日〕)

① 保険会社におけるリスクは、大別すると
(1)保険会社固有のリスク(保険リスク)
(2)資産運用に係るリスク
(3)一般企業に共通するリスク(経営リスク)
に分けられる。それぞれのリスクの例示として(1)では、大震災、伝染病等の異常災害、(2)では、信用リスク、金利リスク、価格変動リスク、為替リスク、流動性リスク、(3)では、経営判断の誤り、経営上の過失、商品の陳腐化等が挙げられている。

② それぞれの個別リスクへの現状の対応は、(1)の保険リスクに関しては純保険料式責任準備金、危険準備金等(生保)、再保険による危険分散、異常危険準備金(損保)、(2)の資産運用リスクに関しては、投資対象の分散化(運用規制)によるポートフォリオ全体のリスクの低減効果をベースに、諸準備金(86条準備金等)による手当てを行っている。なお、保険会社のリスク管理においてオフバランスの株式含み益が大きな役割を担ってきたことも指摘している。

③ 保険会社を取り巻くリスクの状況は、金融の規制緩和・自由化の流れの中で大きく変化してきており、このような個別リスクのうち合理的な見積もりが可能なリスクについては諸準備金による対応が必要であり、経営リスクほか合理的な見積もりできない部分のリスクについてはEC等において検討されているソルベンシー・マージンの考え方を検討する必要がある。

④ ソルベンシー・マージンは、保険会社が保険契約上の義務を履行するために保有する責任準備金を超えて保有する支払余力である。責任準備金では、通常予想しうる範囲のリスクを担保し、それを超えるリスクはソルベンシー・マージンで対応すると考えることができる。

⑤ ソルベンシー・マージンの計算に当たっては、ALM的手法によるキャッシュフロー分析によることも考えられる。

⑥ このソルベンシー・マージンの考え方を導入するに当たり、各種リスクの備えとして最小限必要な積立額を算出し、その合計をミニマム・ソルベンシー・マージン(最低支払余力)基準として把握するという考え方を導入することが必要である。この基準を保険事業の健全性を判断する上で行政監督上の指導のための指標として試験的に導入し、一種のアーリー・ウォーニング・システム(早期警戒装置)の一環として活用することが考えられる。

以上に見られるように、ソルベンシー・マージンの考え方は、保険会社のリスク管理を行う上で、中心的な概念として位置づけられていることがわかる。しかしながら、このような説明だけでは、ソルベンシー・マージンがいかなる機能を果たし、またどのようにリスク管理に活用してゆくのか具体的なイメージはなかなかつかみにくいように思われる。この分かりにくさは、一つには保険計理の仕組みそのものが、それぞれの国々の独特の規制に依存しており共通化されていないということに起因する部分もあるし、その概念そのものの曖昧性に起因する部分もある。ここでは、保険計理全般にわたって説明する余裕はないが必要に応じて概念整理や部分的説明を試みることにしたい。

2．保険会社のソルベンシー概念の発展

2.1 ソルベンシーの概念

ソルベンシーという言葉は、一般には耳慣れない用語である。一口で言えば、財務上の健全性を表現する言葉であり、さしづめ銀行におけるサウンド・バンキングに対する用語の保険版であると理解するのがわかりやすいかもしれない。銀行にはBIS基準があり、自己資本比率を基準として銀行の財務上の健全性がチェックされているが、保険会社では何を基準にして財務上の健全性を判断すれば良いか、という問題がソルベンシー問題である。W.M.KASTELIJN,J.C.M.REMMERSWAAL〔1990〕のその名も「ソルベンシー」と題する報告書には、Limb〔1984〕が生命保険会社の必要とするソルベンシー（Solvency)について述べた一節がある。「生保（のソルベンシー）について現実的に語りうるのは、せいぜい、ある範囲内の仮定の下で、しかもある確率で現時点ないし将来にわたる約定された（支払い）金額を賄うに十分な額」と言う非常に抽象的な表現でソルベンシーを定義している。

このような定義のもとでも、ソルベンシー・マージン概念を具体化するためのヒントは得られる。しかし、その前に責任準備金の概念について振り返っておきたい。保険数学の教科書を開くと、生命保険会社の会計上の負債の中心となる責任準備金の概念が現れる。責任準備金とは、「保険契約上の債務を履行するために保険会社内に確保すべき金額」と定義されている。もし、責任準備金がこのようなものであれば、改めてソルベンシー・マージンを積み立てる必要性はないことになろう。ソルベンシー・マージンとは、必要とする責任準備金を超えて積み立てる支払余力と考えられているからである（より正確には、責任準備金＋ソルベンシー・マージンをどのように積み立てるべきかという問題である。本稿では責任準備金のあり方についての議論は行なわない)。

2.2 責任準備金の概念の復習

そこで、責任準備金とは何か、について簡単なモデルを使って復習しておくことにしよう。保険数学は、保険料計算について収支相等原理を基礎とする。すなわち、

（将来の保険料収入の現在価値）＝

（将来の保険金支払い等の現在価値）　（1）

が、その原理の形式的な表現となる。実は、この現在価値の計算には、割引率と生命関数（死亡率）が関係しており、保険金給付等の（保険会社にとっての）各期間の資金流出〔キャッシュ・アウトフローと呼ぶ〕と資金流入〔キャッシュ・インフロー〕が生命関数により決定され、それを予定利率により割り引いて集計するという手続きをとる。これを見るために下のような単純な例を考えることにしよう。

＜数値例＞

毎年の死亡率が5／1000（一定）で、死亡時の保険年度末（契約日から起算した年数）および

5年度末に1000万円を支払うことを約束している養老保険の年払保険料はいくらか（簡単のため経費は無視することにする。）

契約当初に100,000名の被保険者が存在する場合に、その被保険者が毎年5／1000の確率で死亡するケースを考える。この時、各保険年度末の生存者数およびその結果の保険金支払いのキャッシュ・アウトフローは、各年度の保険金支払額は、5年間の死亡者に対しては死亡数×1000万円、5年後の満期には5年間生存したものの人数×1000万円となる。（下の表－1を参照）同様に、保険料の払い込みは年度始めとし、各人均等にその負担を行うものとすれば、一人当たりの保険料をPとおくと、第1年度始にはP×100,000、第2年度始にはP×99,500、……、第5年度始にはP×98,015の保険料収入のキャッシュ・インフローがある。

表－1　保険会社のキャッシュ・インフロー／アウトフロー

（単位：人、百万円）

時点	生存者数	死亡者数	保険金支払額	保険料収入額
第1年度始	100,000	—	—	100,000P
第1年度末	99,500	500	5,000	99,500P
第2年度末	99,002	498	4,980	99,002P
第3年度末	98,507	495	4,950	98,507P
第4年度末	98,015	492	4,920	98,015P
第5年度末	97,525	490	98,015	—

収支相等原理は、この双方のキャッシュ・フローの現在価値が等価であると置く。今、割引率の基準となる予定利率を5％と仮定しておくと、割引率v＝1／1.05を導入すると、

$$100,000P+99,500P\times v+99,002P\times v^2+\cdots\cdots+98,015P\times v^4=5,000\times v+4,980\times v^2+\cdots\cdots+98,015\times v^5\ (\text{百万円}) \quad (2)$$

が収支相等則であり、この解が最もプリミティブな形の保険料算定原理となる。（ちなみにこの例の保険料Pは1,744,596円となる。）

さて、このように毎年、予定どおりの保険料が収入され、保険金が支出されるとき、毎年の収支の残高が蓄積され、最終年度末には満期保険金額が支払えるだけの準備が保険会社内に留保されることになる。これが、過去法的に見た責任準備金であった。もう一方の見方は、途中経過の年度において、（将来支払われる保険金の現在価値）と（将来収入される保険料の現在価値）との差額を要留保額とする将来法的な責任準備金である。この見方によれば、現在、保険会社にそれだけの資金があれば、将来収入される保険料と併せて、将来の保険金の支払いが保証されることになる。も

表－2　過去法責任準備金の計算過程

（前提条件は表－1に同じ）　（単位：億円）

時点	保険料収入 (＊1)	利息 (＊2)	保険金支払 (＊3)	過去法責任準備金
第1年度始	1,744.60	—	—	0
第1年度末	—	87.23	50.00	1,781.83 (＊4)
第2年度始	1,735.87	—	—	〈1,790.78〉 (＊5)
第2年度末	—	175.89	49.80	3,643.78
第3年度始	1,727.19	—	—	〈3,680.52〉
第3年度末	—	268.55	49.50	5,590.02
第4年度始	1,718.55	—	—	〈5,674.74〉
第4年度末	—	365.43	49.20	7,624.80
第5年度始	1,709.97	—	—	〈7,779.213〉
第5年度末	—	466.74	9,801.50	10,000.00

表－3　将来法責任準備金の計算過程

（単位：億円）

時点	保険金給付現価 (＊6)	保険料収入現価 (＊7)	将法責任準備金 (＊8)
第1年度始	8,239.74	6,448.97	1,790.78
第2年度末	8,644.95	4,964.43	3,680.52
第3年度末	9,072.56	3,397.82	5,674.74
第4年度末	9,523.81	1,744.60	7,779.21
第5年度末	9,801.50	0.00	10,000.00

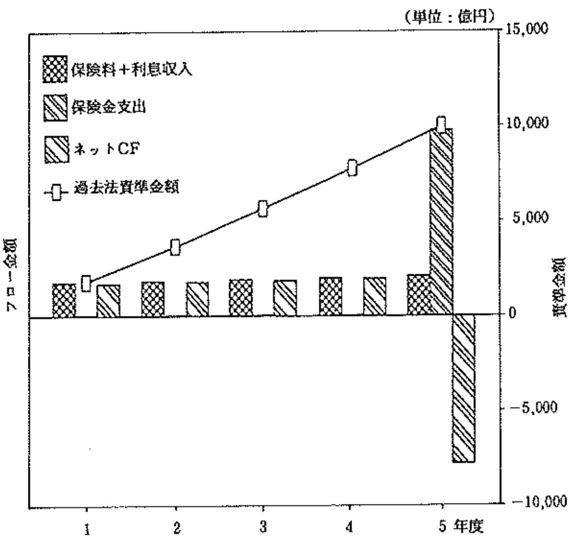
（＊1）　年払保険料（1,744,596）×生存者数／10,000,000
（＊2）　（前年度末過去法責任準備金＋保険料収入）×0.05
（＊3）　死亡者数×0.1
（＊4）　（前年度末過去法責任準備金＋保険料収入）×1.05－保険金支払
（＊5）　一人当たり責任準備金＝上記（＊4）÷生存者数
（＊6）　Σ t 年後の保険金支払額× t 年後の生存者数／現在の生存者数÷1.055^t
（＊7）　年払保険料×Σ（t 年後の生存者数／現在の生存者数÷1.055^t）
（＊8）　一人当たり責任準備金＝〔上記（＊6）－（＊7）〕÷生存者数

ちろん、予定どおりに事態が推移することが大前提である。これが平準純保険料式の責任準備金であった[2]。

さて、このように定義された責任準備金は、どのようなリスクに対応しているのか。もし死亡率、利率が予定どおりに推移することを前提にすれば、上記のような責任準備金の積立てが行われていれば、何ら保険金の支払いには支障をきたさない。あるいは、死亡率や予定利率が十分に保守的に（すなわち利率は低めに、死亡率は高めに）設定されていれば、責任準備金の積立ても保守的であり保険会社のソルベンシーは確保されるであろう。

もちろん、保険料を保守的に設定するということは保険料が実際値にもとづくものよりも余裕があるということである。この（予定－実績）の差異は事後的に精算すれば良い。これが、契約者配当の概念である。この説明から分かるように、保守的な料率の設定と余剰部分の事後的精算という仕組みが、決定論的な保険数学の暗黙の前提となっているのである。このような枠組みからは、ソルベンシー・マージンの概念はどこからも生まれてこない。

図－1　養老保険のキャッシュフロー



しかしながら、上の例で、もしこの養老保険が契約者に対する配当金の還元を行わない（従って保険料はその分、安い）無配当保険である場合を想定すると、利率・死亡率が財政を悪化させる方向に変化するとき保険会社は、過去法の責任準備金の積立てでは支払い準備が不足することになる。これを補完するものがソルベンシー・マージンである。

このことを見るために、下のような簡単なシナリオを想定しよう。

①金利が５％から毎年0.2％ずつ下がってゆき、５年後に４％になる。

②死亡率が５／1000から毎年１／1000ずつ上がってゆき、５年後に10／1000になる。

③上記の金利下落（①）と死亡率の悪化（②）が同時に進行する。

図２－１　毎年のキャッシュフローの予定からの乖離

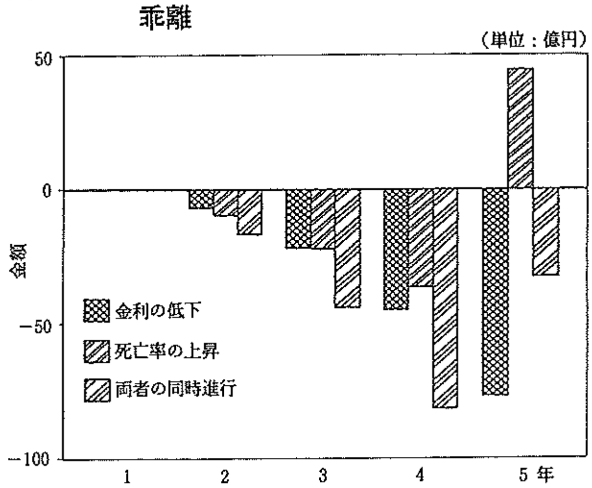
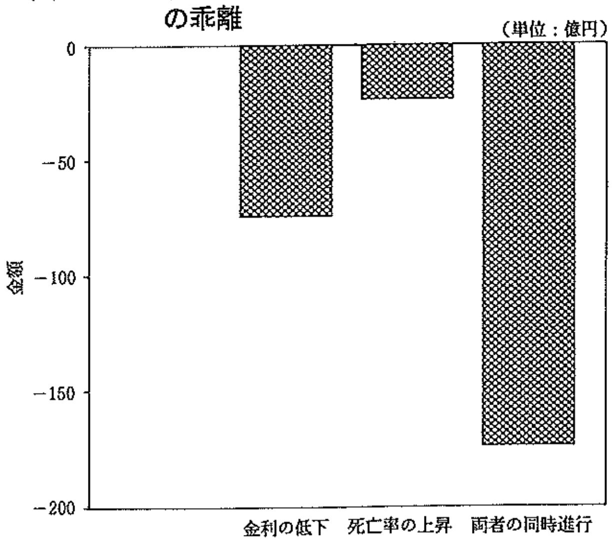


図２－２　満期時の過去法責任準備金の予定からの乖離



結果を見ると、どのケースも予定したケースにくらべ最終的には収支が悪化し、過去法的な責任準備金は、5年度末には満期保険金の支払いができないことになる。これは死亡率の悪化の場合(②)より、利率の低下(①)の方が影響が大きく、また同時に進行した場合(③)の悪化幅は相乗効果により、単純和よりも大きな影響を及ぼすことがわかる。

もし、これらの基礎率が充分、保守的に定められていれば(上の例では、例えば利率が一律4%、死亡率が10/1000のように)、これらの事態が生じても保険会社としてソルベンシー・マージンの積立ての必要性はない。

実は、ソルベンシー・マージンの概念は、保険会社を取り巻く環境(金融の自由化、保険会社間の競争条件、保険監督規制等)が変化し、各国でこのような前提が満たされにくくなってきたことから重視されるようになったと考えてよい。すなわち、保険料に含まれるマージンの水準が低下してくると、通常の算定方式により算定した責任準備金だけでは将来の保険金支払い債務を履行できない状況が生まれてきたことが根底にある。

このような状況を反映して、保険数学にも変化が生まれてきた。確率論的な保険数学の登場である。(Hans U.Gerber〔1990〕;Bowers,Gerber,Hickman,Nesbitt〔1986〕)

しかしながら、これらの保険数学の教科書は死亡率を定数ではなく、確率変数に拡張したものであるが、死亡率リスクについては、大数の法則が成立するため、十分被保険者数が多い保険会社にとっては決定論的な保険数学の結論と大差はない。(数学的な内容に興味のある読者は、付録1を参照のこと)すなわち、ある程度の被保険者数があれば責任準備金率に対して、被保険者数の平方根に反比例するマージンを含ませておけば、死亡率のフラクチュエーション(偶然変動)のリスクに対応でき、十分、被保険者数が多くなればマージン率は限りなく小さくなるという結論が導かれる。

しかし、死亡率も偶然変動ではなく、エイズ等の蔓延による死亡率の傾向的・趨勢的な悪化や大地震等の突発的なカタストロフィック・リスクに対しては、上記の結論が成り立たないことはいうまでもない。

より重要な変数は、利率である。利率を確率変数として捉える試みもいくつか行われてきた。Bellhouse,Panjar〔1980,1981〕では金利がARIMAプロセスと呼ばれる定常確率過程(3)に従って変動するようなケースについて分析している。さらに、C.Giacottoは、定差がARIMAプロセスに従うような非定常な確率過程(4)についてこの結果を拡張している。Bellhouse,Panjar〔1981〕の研究によれば、死亡率に加えて、金利を確率変数化した場合には、決定論的な保険数学の結論とはかなり様相が異なってくる。すなわちARIMAプロセスのように変動の定常性を仮定した、比較的、"おとなしい"確率過程でも、保険諸価格に与える影響は甚大であり、特に金利と死亡率が同時に変動することを仮定するときには相乗効果が働くのである。また、金利変動は、現実には定常性を仮定することはできず、一般にはC.Giacottoの研究による確率過程で定義しているような非定常性のクラスでも充分、説明できないような変動を含んでいる。

このような研究から推察されることは、もし予定利率に含まれるマージンが極めて薄い場合には、料率や責任準備金の頑健性が十分保たれないということである。無配当保険のように最善の予測値にもとづきマージンの少ない計算基礎率で保険料を設定するような場合には、特に予定利率の保証リスクが大きくなり、責任準備金の他にソルベンシー・マージンの準備が必要となってくる。

ここまでくると、ようやくソルベンシー・マージンの概念を実際に使えるものとするために整理しておくべき事項が明らかになってくる。Limbの定義に戻ると、その表現のなかに明確にすべき曖昧な表現が現れてくる。

i）“現時点ないし将来にわたる支払いを約束した金額”とは；

まず、支払いを約束した金額の範囲は、現在の保有契約（既存契約）に限定されるのか、将来、獲得されるであろう新規契約も対象とするのか？　どの時間範囲（Time Horizon）で考えておけば良いのか？

ii）“ある範囲の仮定”とは；

どのようなモデルが正当化されうるのか？また、どのようなリスクを対象とすべきなのか？

iii）“ある確率”とは；

インソルベント（ソルベントではない状態）の判定基準および確率の決定はどのように行えばよいか？

以下では、ヨーロッパ諸国を中心としたソルベンシー問題の諸研究を概観するなかで、ソルベンシー・マージンの決定問題について簡単に紹介し、生保会社におけるリスクの分類とそのモデル化の考え方については、アメリカにおける諸研究とともに後述する。

2.3 対象とすべき保険契約の範囲と時間範囲

既存契約のみを対象とする計算は清算基準(run-off basis)と呼び、将来の新規契約も想定する計算は継続企業基準（going-concern basis)と呼んでいる。どちらの基準が良いかは、ケース・バイ・ケースであるが、一般には、保険監督上の目的からは清算基準が合理的と考えられている。既存契約で十分なソルベンシー・マージンが確保されていない会社が新規契約の見込みを作為的に操作することにより、ソルベンシー・ポジションを良くみせかける事を防止しようという考え方にもとづいている。しかしながら、継続企業基準を支持すべき根拠もある。監督当局が計数を入手し、それにもとづいて行政措置を構ずるためにはタイム・ラグがあり将来の一定期間の新規契約を見込んだ方が正確な判断ができる、との考え方にもとづくものである。清算基準の研究としてはイギリスのアクチュアリー会の作業部会が行った諸研究[5]がある。また、経営者が、自社のソルベンシーの状態を把握するためには、当然ではあるが継続企業基準でなければならない、とされる。

時間範囲とは、ソルベンシーの判定を行なうために将来のどの時点まで考えればよいかという問題である。

時間範囲については、清算基準の場合は既存契約がすべて消滅する時点まで考慮することが一つの標準となるであろう。継続企業基準の場合には、保険監督上の目的からはタイム・ラグの問題だけであるから新規契約を見込むとしても１～２年で十分であるが、経営目的からは、より長期の期間が必要とされている。カナダのダイナミック・ソルベンシー・テストでは５年間としているが、より長期間が必要であるとする意見もある[6]。

2.4 どのようなリスクを対象とすべきか。

対象とするリスクの範囲によって必要とするソルベンシーマージンが大きく変化することは明らかである。通常の生命保険契約では、利率・死亡率・経費率等を考慮し、損害保険契約では損害率・経費率等を考慮する。また、再保険によりリスクを移転していれば、その部分のリスクを控除する。大地震のようなカタストロフィック・リスクを定量的に把握できれば、それを考慮することもあり得る。リスクの分類は、生保・損保という異質のリスクを取り扱う業態間では異なってくるし、また重点の置き方も違って当然である。

負債側のリスク、特に損保の保険金請求額の変動に重点を置いた研究は、北欧諸国のアクチュアリーを中心に古くから研究されており、リスク・セオリー（危険論）[8]と呼ばれる一分野を形成してきた。この請求額の変動性のみを考慮する根拠は、他業種の企業と保険会社を分かつ唯一のリスクは請求額の変動リスクであり、強制積立のソル

ベンシー・マージンはこのリスクのみ対応すればよい、というものである。単純なモデルでは、各年の請求数が同一の分布を持ち、請求額のランダム変動のみが考慮される。しかし、フィンランドのソルベンシー研究（例えばPentikäinen〔1982〕, Rantala〔1982〕が代表的文献）(7)では、基礎確率のランダム変動だけではなく、経済・景気循環による循環的変動や趨勢的変動の確率論的なモデルを考案している。負債側のリスクで大きいものは、インフレ率や経費率などである。Skerman〔1966〕(8)が言うように配当金の水準について保険契約者の"合理的期待"に応えることを考慮するのであれば、ソルベンシー・マージンの水準に大きな影響がある。これは、イギリスの作業部会のソルベンシー研究で明らかにされた。(9)（Hardie et al〔1984〕）

資産側のリスクは、特に近年、生命保険会社で重要視されるようになった。Campagne〔1961〕は、投資リスクに見合うソルベンシー・マージンを、オランダの上位10社の生保会社の1926年〜1945年の対責任準備金の損失率の統計から分布関数を推計し、それを用いて、いろいろな破産確率のもとで計算した。（この方法は各方面から批判を浴びた。）ECのソルベンシー・マージンの責任準備金の比例部分の考え方(10)は、この論文の発想を受け継いだものと言われる。資産側のリスクをモデル化するためには、保険会社の保有する主要資産についての価格変動モデルの作成が必要である。Hardie et al〔1984〕ではWilkieが考案した株式、コンソル債、現金の3資産についての価格変動モデル（Wilkie〔1984〕）を利用していろいろな破産確率の下でのソルベンシー・マージンを計算した。資産と負債の両者の関係から発生するリスクとしてミスマッチ・リスクがある。これはRedington〔1952〕の時代からイギリスのアクチュアリーには知られていたリスクであり、若干、不正確な言い方になるが、負債のデュレーションと資産のデュレーションの不一致に由来するリスクである。（正確には3.1節で詳しく説明する。このリスクはアメリカではC3リスクとして知られる。）

この他のリスクとして、オプション的なリスクがある。すなわち、高い解約価格が保証されている場合に満期前の解約により保険会社の収支にインパクトを与えるタイプのリスクである。資産側にも、金利低下局面で、債券の繰上償還があるような場合には、再投資金利が低下するというようなオプション的なリスクがある。（このリスクについても後に詳しく説明する。）

2.5 破産確率

破産確率（ruin probability）と言う表現は穏当ではないかも知れないが、危険論の中では重要な概念として古くから使用されてきた。ソルベンシー問題を論ずるときは、インソルベンシー確率と表現した方が良いかも知れない。

（古典的な）危険論では、損害保険会社の財政を最も単純化した形ではつぎのようなモデルを取り扱う。ある損保会社が、将来の保険事業を継続するために自由に使用できる初期資金（時点0）としてWを保有している。（このWをフリー・リザーブと呼ぶ）。この損保会社が、ある保険種目だけを保有しており、その1期間当たりに収入される保険料をpとし、時点tまでの保険金請求金額の累積額をX（t）（これは確率変数になる）とおくとき、時点tにおけるフリー・リザーブZ（t）は下のように定義される。

$$Z(t) = W + p \cdot t - X(t) \qquad (3)$$

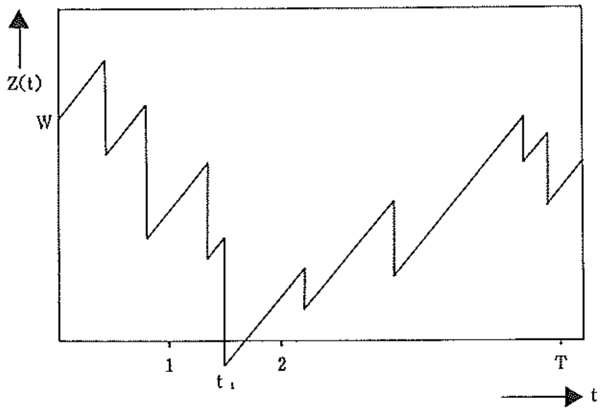
すなわち、初期のフリー・リザーブから出発して、t期間の保険料収入があり、その間の請求金額の累積額を差し引くと現在のフリー・リザーブになるというわけである。（保険料の収入ペースは一定であり、その間の投資収益も見ないという単純化を行っている）破産確率は、この〔0, t〕区間においてフリー・リザーブがなくなる確率、

として定義される。すなわち、数学的に表現するとつぎのようになる。破産確率Φ（W, t）とは、

$$\Phi(W, t) = 1 - P\{Z(s) \geqq 0 \text{ for } s \in [0, t] : Z(0) = W\} \quad (4)$$

この式の意味は、フリーリザーブの初期値Wと測定期間の終期tが与えられたときに、Z（t）が〔0, t〕期間中に一度でも負値になる確率を示している。

図－3　フリーリザーブZ（t）の時間的変化のシナリオ例



このようなモデルは、もちろん累積保険料収入p・tをP（t）に一般化したり、通常は複合ポアソン分布が用いられるX（t）について種々の確率過程を当てはめて、解析的な解を求めたり、投資リスクを考慮するなどの発展を見せている。

最低ソルベンシー・マージンとの関連でいえば、ある破産確率εを与えたときの基準、初期フリー・リザーブの水準W_0の決定の問題に置き換えられる。すなわち、

$$W_0(\varepsilon) = \{\Phi(W, t) \leqq \varepsilon \text{となる} W \text{の最小値}\} \quad (5)$$

危険論の結論の一つは、この$W_0(\varepsilon)$はεの水準により大きく変化するということであり、εは非常に重要な要素であるということである。しかしこの式から逆にεについて、適正な数値が導かれるわけではない。たとえば、対象とするリスクの範囲が拡大したり、tが大きくなるにつれて同一のW_0から出発すると破産確率は増大してゆく。

Beard,Pentikäinen,Pesonenが"Risk Theory"〔1984〕で掲げた設例を引用すれば、

1年間の破産確率が10^{-4}

10年間の破産確率が10^{-3}

無限期間の破産確率が10^{-2}

のどれが最も適切かという問題には答えようがない。もちろん破産確率の問題は、ソルベンシー・マージンを計算する目的にもよるのであり、契約者へ保険金の支払い確保が目的であれば有限期間を考えれば十分であろう。しかし、ある期間を設定し、担保すべきリスクの特定化ができたとしても（それ自体が難しい）、適切な破産確率の水準について何か言うことは不可能である。(11)

"受容可能な"破産確率の水準の選択には、どうしても裁量的な判断がつきまとう。破産確率の選択の問題は、それ自体の問題というよりも、ソルベンシー・マージンの役割に関する考え方の裁量性に依存する部分が大きい。また、現実の保険会社は動態的な環境下にあり、その環境に適応するために種々の意志決定を行うが、その決定そのものがソルベンシー・マージンに大きな影響を与えるのである。ソルベンシー・マージンは、一時点の静態的な状況と、経営判断が適切になされるという一定の仮定を置いた上での計算にすぎないのであり、このような性格からして、唯一の正しい破産確率の水準があるかのように議論を進めることは、この問題に対する正しいアプローチではない。この問題については、キャッシュフロー型ALMの節で、もう一度、検討することにしたい。

3．Redingtonのイミュナイゼーション

3.1 デュレーションとコンベクシティ

以上で、保険会社（生保・損保）のソルベンシー問題に関する研究成果を駆け足で眺めてきたが、この節では、生保に重点を置いて、特に資産と負債の両サイドに跨がるリスクの問題を考えることにしたい。

資産と負債の関連性で、保険会社の総合的なリスクを考察した最初の貢献は、何といってもF. M.Redington氏の“Review of the Principles of the Life Office Valuation”（生保会社の責任準備金評価原則の再検討）〔1952〕と呼ばれる論文であった。この中で、Redington氏はイミュナイゼーションの概念を確立し、以後、イギリスの保険会社の負債評価に関する一つの重要な経営上の思想となって受け継がれた。

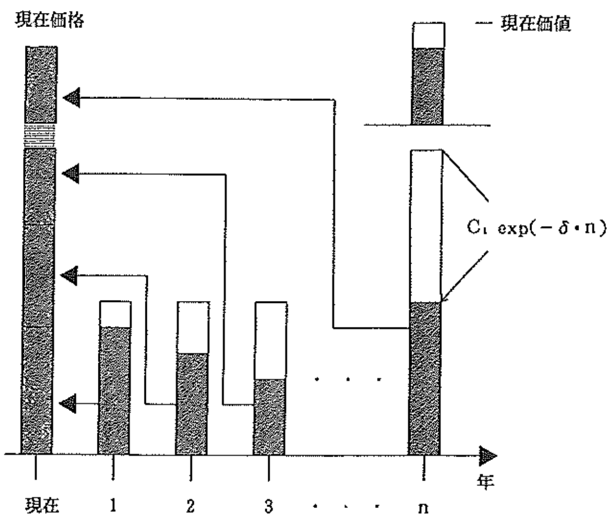
イミュナイゼーションは、現在では、債券ポートフォリオの運用手法の一つとして、良く知られているが、そもそもはALM的な概念の基本となる考え方である。Redington氏は、デュレーション（Duration）やコンベクシティ（Convexity）の概念を保険会社の経営問題に初めて応用したのである。（もっとも、それ以前にイギリスのアクチュアリーの間では良く知られていたようである。）

デュレーションの概念には、平均期間と価格の金利弾力性（すなわち、金利水準が1%変化したときの価格変化率）という2つの意味が含意されている。Redington氏の問題意識はつぎのようなものであった。

「責任準備金を将来法的に捉えると、（将来の保険金等の支払いのキャッシュ・アウトフローの現在価値）−（将来の保険料のキャッシュ・インフローの現在価値）と表わすことができる。保険会社には、この責任準備金を超える資産が保有されている。（資産−負債＝サープラスが正値でなければ、将来の支払いに支障がある。）さて、もしも資産が、債券のような確定利付証券で運用されているとする。確定利付証券は、その用語の意味するように、将来のキャッシュ・インフローが確定している。（個別債券ないしその集合〔ポートフォリオ〕からは、事前に約束されたクーポン収入と元本償還額が得られる。）このような確定利付証券のポートフォリオにおいては、その現在価値は、その将来のキャッシュフローを、その時点における利子率で割り引いたものになる。」

これを、下の図を用いて説明することにしよう。

図−4　債券価格の求め方



債券の現在価値（時価）は、クーポンと元本のキャッシュフローc_t（現在からt時間経過後の現金の流入）を現在の利子率i（または連続利子率または保険数学の用語で言えば利力$\delta = \ln(1+i)$）で割り引くことにより求められる。（以下、詳細な数学的な議論については付録2を参照。以下、結論のみを説明する）

これを概念的に表示すれば、債券価格Pは、δにより割り引くことにより求められる。

$$P = \int c_t \exp(-\delta t)\,dt \qquad (6)$$

この計算式は、債券1銘柄について成り立つだけではなく、確定利付証券の集合体（ポートフォリオ）についても成り立つのである。すなわち、資産側のキャッシュフローA_tに関しても、資産の現在価値（時価）Aは、

$$A = \int A_t \exp(-\delta t)\,dt \qquad (7)$$

それどころか、理論上は負債側についても時価評価が考えられ、それは、（将来の保険金等の支払予定額）−（保険料収入予定額）というネット・キャッシュフローLtの現在の利力δによる現在価値となる。

$$L = \int L_t \exp(-\delta t)\,dt \qquad (8)$$

この表示から、すぐに分かることがある。すなわち、資産・負債側の評価を行う利率として実勢利率を使用すると資産・負債の時価評価ができる。もし、負債側の責任準備金の評価として予定利率を固定して評価する場合には、実勢利率よりも低い利率を使う場合には負債評価は保守的になるが、そのミスマッチの状況は必ずしも明らかではない。従って、保険会社の支払能力を的確に判断するためには、このような市場的な評価が是非とも必要となる。以下は、このような時価主義的アプローチによる分析を行う。

つぎの問題は、このような時価評価した資産・負債価値の金利変化に対する価格弾力性（金利感応度）である。金利水準が変化したときに、資産・負債価値がどの程度、変化するかという問題である。これは、$A=A(\delta)$, $L=L(\delta)$ と δ の関数として表示し、δ に関する微分演算を行うことにより求められる。

結果だけ述べると、第一次近似としてはキャッシュフローの金額と発生時期の分布によって決まるデュレーションと呼ばれる指標（資産側を D_A、負債側を D_L とする）を比例係数として、金利変化 $\Delta\delta$ に比例する。

$$\Delta A/A \fallingdotseq -D_A \cdot \Delta\delta \qquad (9)$$

$$\Delta L/L \fallingdotseq -D_L \cdot \Delta\delta \qquad (10)$$

（9）、（10）を見ると、金利上昇のときの資産・負債の価格変化率の関係は、

$D_A > D_L$ のとき、$\Delta A/A < \Delta L/L$ （11）

$D_A < D_L$ のとき、$\Delta A/A > \Delta L/L$ （12）

であり、

$D_A = D_L$ ならば、$\Delta A/A \fallingdotseq \Delta L/L$ （13）

従って、ある時期に資産価値≧負債価値ならば、デュレーションを $D_A = D_L$ となるように資産側のキャッシュフローを調整することにより、金利の上下変動に対し少なくとも第一次近似では資産価値≧負債価値の関係を保つことができる。

それでは、第二次近似まで求めるとどうなるか。これが、コンベクシティの考え方になる。デュレーションが δ に関する第一次微分なら、コンベクシティは第二次微分に相当する。テイラー展開等を利用するとコンベクシティ C_A, C_L という指標が定義され、

$$\Delta A/A \fallingdotseq -D_A \cdot \Delta\delta + 1/2\, C_A \cdot \Delta\delta^2 \qquad (14)$$

$$\Delta L/L \fallingdotseq -D_L \cdot \Delta\delta + 1/2\, C_L \cdot \Delta\delta^2 \qquad (15)$$

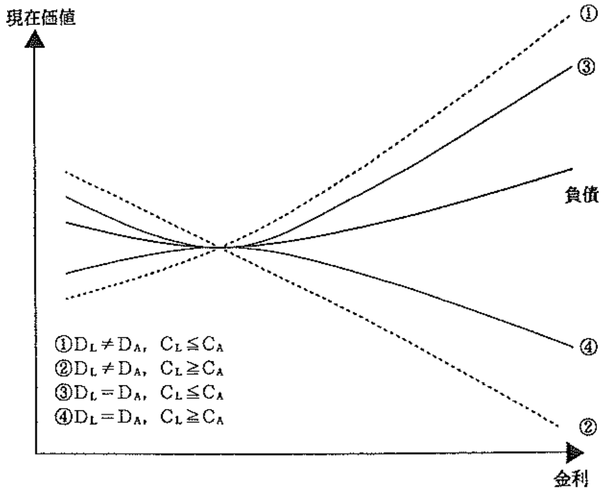
となる。

これから、ある時点で $A=L$ かつ $D_A = D_L$ ならば、$C_A > C_L$ という条件のもとでは

$$\Delta A - \Delta L \fallingdotseq 1/2\,(C_A - C_L) \cdot \Delta\delta^2 \cdot A > 0 \qquad (16)$$

が成立する。すなわち、金利の上下により資産価値の変動＞負債価値の変動が結論される。つまり、負債のデュレーションと資産のデュレーションを合致させて、かつ資産のコンベクシティを負債のコンベクシティよりも大きくなるように、資産側のポートフォリオを常に変更（リバランスという）してゆけば、金利変動リスクについてはイミュナイズ（免疫化）できるということである。$C_A > C_L$ という条件をレディントン条件と呼ぶ。今まで述べたことを図によって再確認しよう。

図－5　Redingtonのイミュナイゼーションについて

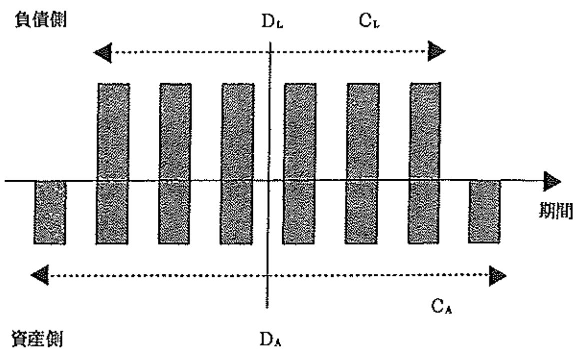


まず、$D_A > D_L$ であれば、金利が下落したときには、資産価値の増加率の方が、負債価値の増加率より大きくなる。金利が上昇したときには、資産価値の下落率の方が、負債価値の下落率よりも

大きい。$D_A < D_L$ならば、その逆になる。$D_A = D_L$ならば、コンベクシティ $C_A > C_L$ か $C_A < C_L$ によりA側の曲線が常にL側の曲線より上にあるか、下にあるかが決まる。

コンベクシティは、実はキャッシュフローの散らばり具合を表す量である。概念的な説明を許すならば、レディントン条件は、負債のキャッシュフローの散らばり具合より資産のキャッシュフローの散らばり具合が大きいという条件になる。

図－6　コンベキシティーの概念図



3.2 単純なイミュナイゼーション法の欠陥

生保会社の財政運営は、このような事実を十分、考慮しつつ運営すべきであるというのがRedington氏の考え方であった。すなわち、ソルベンシーの維持のためには、資産と負債のデュレーションやコンベクシティの監視と、それに基づく管理が必要であり、もし金利リスクを負いたくなければレディントン条件を満たすように資産内容の継続的な見直しを行なわなければならない。

ところが、このようなRedington氏の考え方だけでは不十分であることが段々分かってきた。デュレーションやコンベクシティの指標は、保険会社の負っている金利リスクの量を計測するためには非常に便利な道具ではあるが、どのようなモデルにもある適用限界や欠陥がある。(12)

1）このモデルでは、利率一定という非現実的な世界を前提としている。金利には、期間構造（Term Structure of Interest Rates）がある。短期金利と長期金利ではその水準も動き方も違う。

2）たとえ期間構造を考えても、デュレーションは第一次近似でしかなく、金利水準の微小な変化にしか成り立たない式である。より重大なのは、期間構造の平行的移動（parallel shift）の動きしか説明していない。現実には、金利の期間構造の時間的変化のダイナミクスは複雑であり、長短の金利差（傾き）や歪みのような動きもあり、このような動きにはデュレーションのような単一指標では対応できない。

3）中途償還権のようなオプションの付いた債券では、デュレーションは適切な管理指標とならない。また、負債側でも解約払戻金の保証がある場合には、同様のオプション的なリスクが生ずる。（この内容については次節で詳述する。）

4）保険会社の資産ポートフォリオの中には、株式や不動産といった金利からは説明しにくいタイプの資産クラスがある。このような資産クラスはデュレーションによるリスク管理は困難である。(18)

5）無配当保険の場合には、負債のキャッシュフローの概念がはっきりしているが、有配当保険の場合には不分明である。

6）資産のリバランスに要する取引コストは無視できない。

このように、単純なイミュナイゼーションの欠陥は益々明らかになってきたが資産・負債のデュレーションにより金利リスク量を把握してゆこうという発想そのものは定着してゆき、ミスマッチ・リスクの概念が各国のソルベンシー・マージン基準の中でも考慮されるようになっていったのである。

4．銀行の ALM 手法と生保 ALM へのインプリケーション

4.1 銀行の ALM 手法

このような金利リスク管理手法は、まず預金・貸付という比較的短期の資産・負債構造を有する銀行業界に採り入れられた。デュレーション法と呼ばれる銀行の ALM 手法は、Redington のイミュナイゼーションの発想の直接の応用と考えることもできる。米国の銀行のバランス・シートを模式化して考えると、下のようになる。

図－7　米国の銀行のバランス・シートの諸指標（模式）

（資産）		（負債）	
現金準備	＄100	1年物CD	＄600
事業貸付	400	5年物CD	300
モーゲージ	500	総預金	＄900
（住宅抵当貸付）		正味資産	100
総資産	1000	総負債／正味資産	1000
（満期）		（デュレーション）	
現金準備	0.0年	現金準備	0.00年
事業貸付	2.5	事業貸付	1.22
モーゲージ	30.0	モーゲージ	7.14
1年物CD	1.0	1年物CD	1.00
5年物CD	5.0	5年物CD	5.00
（利率）		総負債	2.33
現金準備	0％	（GAPs）	
事業貸付／		GAPＮ	1.96
モーゲージ	13％		
CD	11％		

（出所）ジェラルド O. ビィルワッグ「デュアレーション分析」の第9章、5.の表9－1を一部修正

デュレーション法では、前節で説明したように、まず資産価値 A と負債価値 L の差を正味資産 N として定義し、N の金利感応性を調べる。（生保では、これをサープラス S として定義したが、銀行では正味資産と呼ぶことが一般的である。）

前節とは異なり、ここでは資産の割引率の利力 δ_A と負債の割引率の利力 δ_L が異なる一般のケースを考察する。

従って、$N=N(\delta_A, \delta_L)=A(\delta_A)-L(\delta_L)$ となる。　(17)

同様の計算により、

$$dN/d\delta_A=-D_A \cdot A+D_L \cdot L \cdot d\delta_L/d\delta_A \quad (18)$$

特に、$d\delta_L/d\delta_A=1$ ならば、

$$dN/d\delta_A=-D_A \cdot A+D_L \cdot L$$

で、両辺を A で除して、GAP_N を定義できる。

$$GAP_N=D_A-D_L \cdot L/A \quad (19)$$

これが、デュレーション法におけるギャップの概念となる。[14] さて、上の模式化したバランスシート上で、資産側・負債側のそれぞれの項目別のデュレーションを加重平均して、全体のデュレーションとギャップを計算してみる。

資産側；(400／900)(1.22)＋(500／900)(7.14)＝4.06年　(20)

負債側；(600／900)(1.00)＋(300／900)(5.00)＝2.33年　(21)

GAP_N；4.06－2.33×900／1000＝1.96年　(22)

次に、GAP_N が0になる（ゼロ・ギャップ）ように負債側の1年物 CD と3年物 CD をそれぞれ 109.75、790.25 に変更する。このとき、利率の変動によるバランスシートへの影響は下の図のようになる。

図８－１　利子率変動による資産と負債の変化（ゼロギャップ）

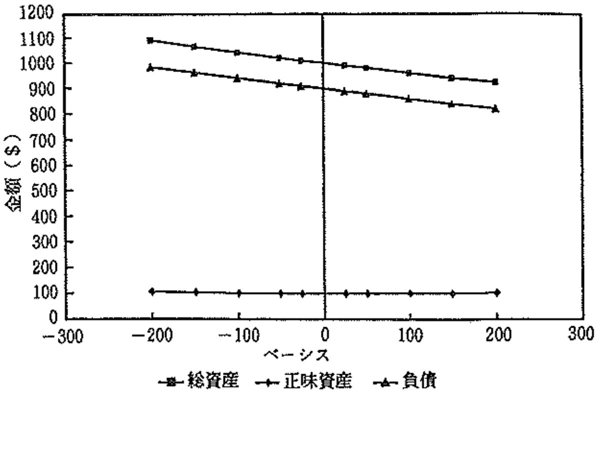


図8－2　利子率変動による資産と負債の変化（危険な状況）GAP_N=3.16年

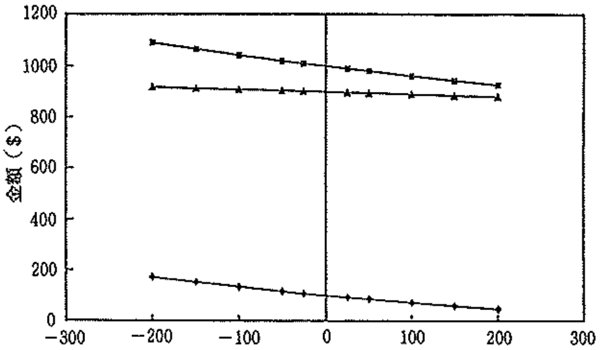
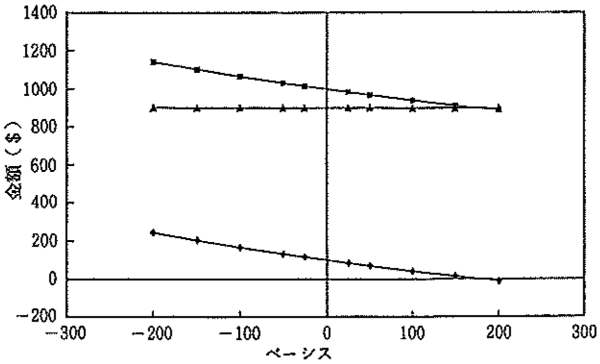


図8－3　利子率変動による資産と負債の変化（最も危険な状況）GAP_N=6.35年



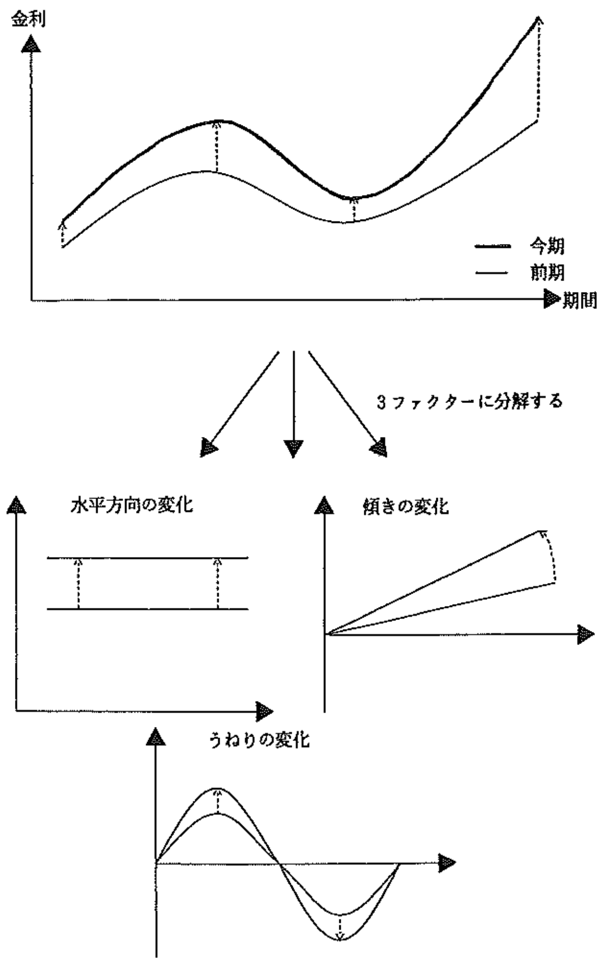
（出所）「デュアレーション分析」ビィルワッグ
表9－2～表9－7の数値より作成

すなわち、ゼロ・ギャップの場合には、正味資産の金額100＄は、金利の上下いずれの側の変動に対しても保全されRedingtonのイミュナイゼーションが成立している。ところが、GAP_N =3.16年のような危険なポジションの場合には、金利上昇に伴い、正味資産が100＄を割り、GAP_N = 6.35年のような最も危険なポジションでは200ベーシス（2％）の金利上昇で正味資産がマイナスになってしまうのである。

このようなデュレーション法による分析では現実の単純化による限界があることは前節で指摘したとおりである。しかしながら、他方では、これを克服するための試みが色々と工夫されてきた。

1）期間構造の微小な平行的移動に関してのデュレーションを精密化する方向では金利の期間構造の動きをマルチ・ファクターで説明することにより、そのファクターによる感応度を“高次元のデュレーション”として定義し、きめ細かい金利リスク・コントロールを目指す。最近のモデルとしては因子分析を利用したR.Litterman、J.Sheinkman〔1988〕の3ファクター・モデルやJ.A.Tilley〔1990〕の正規直交多項式を利用したマルチ・ファクター・モデルがあり、期間構造の微妙な時間的変化を捉えることができる。通常、3ファクターで現実の期間構造の変動の95％程度を説明できるとされる。

図－9　金利の期間構造のファクター分解例



2）金利変化の速度や方向に依存して感応度が変わる資産・負債に対する銀行の種々の預金金利は、短期金利に連動して金利が決まるが、その連動の仕方は即時的ではなく、若干の遅れがあることが知られている。このため、例えば、

預金金利の月次変化＝β_1×短期金利の変化＋β_2×前月の短期金利と“短期金利の長期均衡水準”との差

のような金利の想定を行うことによりモデルをより現実化する工夫が行われる。また、金利が上昇局面にある時は、口座の乗り換えによる解約のために感応度は金利の方向によっても異なると考えた方が現実的であるとされ、β_1，β_2も上下方向により変える等の工夫も行なわれる。これは、資産側では途中償還のある債券についても現実性のあるモデルにするためには同様の工夫が必要となる。

3）株式・不動産のデュレーション

M.L.Leibowitz〔1986〕,Leibowitz,Sorensen,Arnott,Hanson〔1989〕によれば、株式のようなエクィティイ資産についても、確定利付資産と同様、デュレーションが定義される。また、Hartzell,Shulmann,Langetig,Leibowitz〔1988〕では不動産のデュレーションを考察している。しかしながら、これをリスク管理に利用するには、株式や不動産の変動リスクのうち、金利感応度では、ごく一部分しか説明できないことは明らかであり、自ら限界がある。(15)

このように、デュレーション概念によるALMは、非常に洗練されたものになりつつあるが、銀行業のように金利リスク・流動性リスクが大きなウェイトを占める業態に適した方法であり、保険業のように、保険リスクが主要なリスクとして入って来ざるを得ない業態では、やはりこの方法では限界が生ずる。

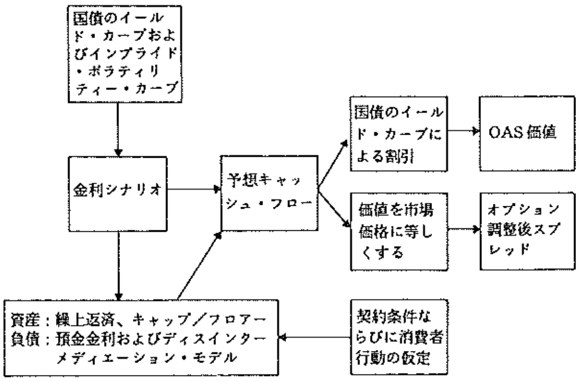
4.2 潜在的なオプション・リスク

実は、銀行においてもデュレーションによる方法は万能ではないのである。このことは上記の2．のような現象について垣間見られるのであるが、このような工夫だけでは極めて不十分な資産クラスとしてモーゲージ（住宅抵当貸付）およびその関連金融資産（例えばモーゲージ担保証券，CMO等）が挙げられることが多い。特に、アメリカでは貯蓄金融機関がモーゲージを大量に保有しているが、モーゲージ（および関連商品）のリスク管理は極めて難しい。モーゲージは、個人の住宅抵当貸付であるため、その返済が個人の事情により遅延したり、場合によっては支払不能になったりする不確実性があるほか、金利が低下する場合には借り替えが発生したりする。すなわち、金利の過去の履歴に依存してキャッシュ・フロー自体が大きく動いてしまうのである。（これを金利パス依存型オプションと呼んでいる。）しかも、個人貸付の返済であるため、地域の特性・年齢階層さらに米国では人種等によってもデフォルト率が違う等、銀行が保有する資産としてモーゲージのリスク管理は特に難しいものとされているのである。

このような複雑なタイプのリスクを管理するための道具としてオプションに基づくシミュレーション型のALM（Option-Adjusted Spread Model; OAS）が生まれてきた。OASアプローチによるシミュレーション型ALMの計算手順は、以下に示されているとおりである。

この考え方では、モーゲージの契約条件や消費者行動パターンの分析に基づく統計的分析がまずあり、その分析に基づいて負債側では、口座解約や預金金利のマーケット金利への追随性等についての仮定を置き、資産側では繰上弁済やキャップ・フロアの条件の行使の仮定を置く。これらの仮定は、当然、利回り曲線の履歴（金利パス）に依存するため、妥当性のある金利シナリオを多数作成

図－10　OAS アプローチによるシミョレーション・モデルの計算手順



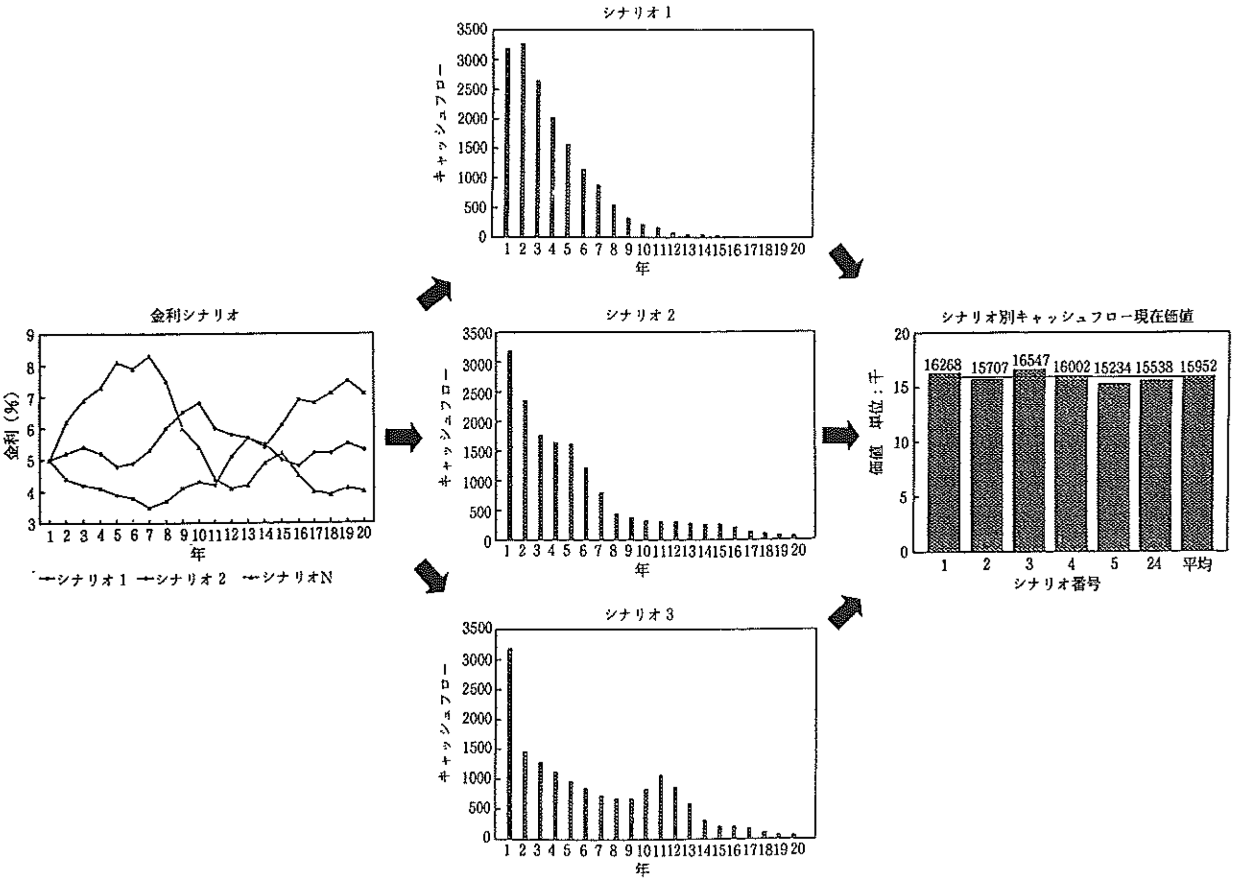
（出所）ファボッツィ・小西「ALMの新手法」pp.164

しておき、その仮定と金利シナリオの組み合わせによって、対応する予想キャッシュ・フローを多数、生成する。このためには、評価時点のイールド・カーブに適合した金利シナリオ[16]の発生機構の存在が前提となる。（これについては、節を改めて詳しく論ずることにする。）

モーゲージのOAS価値とは、モーゲージが繰上弁済されることによる潜在的なオプション価値を含む時価（fair value）である。金利の履歴に依存しないキャッシュフローについては、その時点のリスクフリー・レートである国債のスポット金利のイールド・カーブで割り引けば良いが、モーゲージの価格評価は、繰上弁済リスクを適切に反映すると、それより低く評価されなければならない。

このような金利パス依存型オプションを有する商品についてのプライシングについてはアカデミックなアプローチもあるが、実務的には下の図でしめされるようなシミュレーション法が用いられることが多い。

図－11　OAS によるシミュレーションの仕組み



すなわち、多数の金利パスによって変化するキャッシュフローの現在価値の分布を求めておき、その平均値として適正なモーゲージ価格が形成されると考える。すなわち、モーゲージ市場による市場価格をこの理論値に合致させるように OAS を調整してやれば良い。このようにして、OAS 価値をベースにした金利感応度の測定が可能になるのである。

一部の保険商品についても、このモーゲージに類似した事情にある。とくに、アメリカの生保会社で販売されている SPDA（一時払据置年金）のような利率を保証する金利感応型商品では死亡率その他の保険特有のリスクが金利リスクと複合しており、その保険価値の評価を行うためには OAS のようなアプローチを行う必要がある。

4.3 生保 ALM へのインプリケーション

以上のような説明から、生保の ALM に対するインプリケーションを探るとすれば SPDA のような金利感応商品については、OAS アプローチによるシミュレーション型の ALM のレベルまでは最低限、考慮に入れておく必要があり、逆にそこまで考えておけば、相当程度のリスク管理が可能になることが期待される。実際、SPDA や GIC の保険料設定[17]やその後の財政管理については、上で述べたような精妙なモデルが必要とされるのである。

それでは、一般の保険商品に対する ALM、特に有配当商品に対する ALM はどのようにあるべきか、さらにソルベンシー・マージンの考え方はどのようなものかという疑問が生まれてくる。この疑問に答えるには、保険会社ないし保険商品が抱えている主要なリスクを分類し、それを整理し、それぞれのリスクを定量化（モデル化）するという手続きが不可欠となる。リスクの定量化とは、資産側・負債側双方の将来のキャッシュフローを変化させる、その具体的な確率分布の関数形を決定することであり、モーゲージを例にとれば、消費者行動や契約条件に伴うキャッシュフロー・パターンへの影響についての統計的分析による確率モデルの設計技術であり、本質的には保険数理的(actuarial)なものである。すなわち既に 2.3 で触れた損保では損害率、生保では死亡率等のアクチュアリアルな要因や経費率等の保険契約に係わる統計分析が必要となる。

米国のアクチュアリー会（SOA）では、生保会社を取り巻くリスクを 4 つのカテゴリー(Contingency 1～4)に分類しており、現在の米国のソルベンシー・マージン基準である RBC (Risk-Based Capital)の分類の基礎となっている。[18]

C_1：資産価値喪失リスク（Contingency Reserve for Asset Depreciation）

C_2：料率不足によるリスク（Contingency Reserve for Pricing Inadequacy）

C_3：金利変動によるリスク（Contingency Reserve for Interest Rate Change）

C_4：経営の失敗によるリスク（Contingency Reserve for Mismanagement ）

それぞれのリスクの内容およびモデリングの努力の後を辿ってみることにしよう。

①C_1リスク

株価、不動産の資産価格の下落や債券、モーゲージのデフォルト・リスク等、資産に関連する損失のリスクがすべて含まれる。例えば株価下落リスクは過去の統計的分析から金利や PER 等のファンダメンタル指標との関連でモデル化する試みがなされたり、債券のデフォルト・リスクについては格付け情報を利用してデフォルトによる損失の分布を近似する確率分布関数を求める等の努力がなされている。

②C_2リスク

すべての保険商品についての保険料の決定要素である基礎率の見積もりの過誤ないし過少評価から生ずるリスクである。地震、インフルエンザ等

の流行病、AIDSによる死亡、経費のインフレによる高騰等によるリスクも含まれる。ここで用いられるモデルは、2・4節で述べた危険論的なモデルがベースとなる。

③ C_3リスク

3節、4節で説明してきた資産・負債のデュレーションのミスマッチから生ずるものである。このリスクが、実はそう単純なものではないことはモーゲージの例を見ても分かる。そこで述べられたようなキャッシュフロー型のシミュレーションによる分析が本質的な解決手段となる。

④ C_4リスク

保険会社に限らず、企業が事業を遂行する中で遭遇する経営リスクを指している。このようなリスクが定量化できるか、という疑問が湧くがこのリスクが大きいと思われるアメリカでは米国アクチュアリー会による定量化の努力が行なわれている。[19] しかしながら、想像できるとおり厳密な定量化は難しいものと考えられる。

このようなモデル化の努力は、1979年の米国アクチュアリー会のトローブリッジ委員会報告でリスクの分類と特定化について検討がはじまって以来、80年代を通じて推進された。この過程で明らかになってきたことは、それぞれのリスクが独立しているわけではなく、その相関関係をも考慮する必要があるということである。このことは、銀行のALMにおいてもキャッシュフローが金利パスに依存する場合のALMが困難であるという事実とも符合しており、リスク総量の把握のためには重要な事実である。RBCの計算式で、リスク総量が4つのリスクの単純和ではなく、$[(C_1+C_2)^2+C_3{}^2]$の平方根$+C_4$ [20] となった背景には、リスクの相関性への配慮がある。

ソルベンシー・マージンを検討する場合には、このようにリスク総量に見合ったものでなければならないのであるが、そのベースにはリスクを把握するための膨大な統計的分析と、リスクの定量化（モデル化）の努力が必要であった。しかしながら、RBCの計算式には総リスク量が比較的、合理的に見積もられているとはいえ、各々の部分モデルの信頼性に依存しており、どんなモデルにも必ずある諸前提の単純化に起因する誤差が必然的に含まれてくる。従って、経営上の目的で、最もその会社の実態にもとづいたソルベンシー・マージンを計算し、また生保のALMを現実的なものとするためには、やはり基本に戻ってキャッシュフロー型のシミュレーション・モデルを中心に考えることが必要になる。さて、ここまでで分かったことをまとめると、少なくとも生保ALMとして、必要な機能を備え、また妥当と思われる適切な水準のソルベンシー・マージンの評価を行うためだけでもかなり複雑なモデルの作成を余儀なくされるであろうということである。少なくとも生保の場合、損保と異なり、資産関係のリスク（C_1リスク）やミスマッチ・リスク（C_3リスク）は無視できない。従って、生保ALMの課題は何にも増して、少なくとも主要な資産クラスに対して、現実的な価格変動特性を相関関係も含めて的確に捉える能力を持つ投資モデルの開発が必要であり、さらに負債価値の変動との関係も考慮できるものでなければならないことになる。

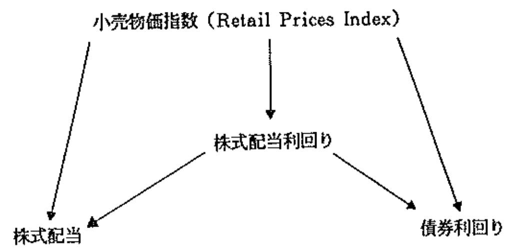
5. どのような投資モデルが考えられるか？

5.1 ウィルキー・モデル

第2節でも登場したウィルキー・モデルは、イギリスやECにおける投資面を考慮するソルベンシー研究によく利用されてきた。このモデルについては既にいくつかの文献により紹介されているので、そのエッセンスだけ見ておきたい。[21] 生保会社の投資モデルが備えるべき条件として次の2点が挙げられることが多い。（例えば、清水〔1992〕）①長期予測に適していること。②運用成果が持つ不確実性を的確に表していること。前者は、生命保険事業が長期のキャッシュフローを取

り扱うことからくる必然的な条件である。後者は、生保ALMないしソルベンシー・マージンの評価の目的が、予測を的中させることにあるのではなく、むしろ収益のブレ（不確実性）を評価しようとの動機に基づいているからである。A.D.Wilkie氏のモデルは、この2点に焦点を絞って考案されたモデルである。モデルの基本構造はつぎのようになっている。

図－12　ウィルキー・モデルの各変数の関連図



1）運用対象として考えているのは株式と債券（それも指数）だけである。
2）それらの資産価格は、インフレ率を原動力として変動する部分と、その資産固有の不確実性により変動する部分に分けられる。
3）詳しく述べると、インフレ率は過去のインフレ率とランダムな変動要因で動く。それが株式配当と配当利回りに影響するが、影響の仕方は違う。配当利回りは、債券の利回りと裁定関係があると考えており、債券利回りの変動要因の一部になる。
4）株価指数は（配当÷配当利回り）から、債券指数は債券利回りから求められる。
5）それぞれの固有の変動性が仮定されているため、それぞれの関係は決定論的ではない。従って、将来の長期間にわたるインフレ率、株価、債券価格が相互に整合的関係を保つ（しかもそれなりの不確実性を持つ）形で、いくらでも好きなだけ投資環境シナリオを作ることができる。

このように、ウィルキー・モデルはソルベンシー研究や生保ALMの資産側モデルの第一歩として非常に好ましい特徴を備えたモデルといえる。しかしながら、ソルベンシー状態を大まかに掴むことはできても、それぞれの保険会社の資産・負債構造を反映したより詳しい分析を行うには単純化しすぎている。より大きな問題は、このモデルは過去数十年にわたるイギリスの金融市場の実態から導き出されたものであるため、他の国には直ちには適用できないことである。

5.2 金利シナリオ・モデル

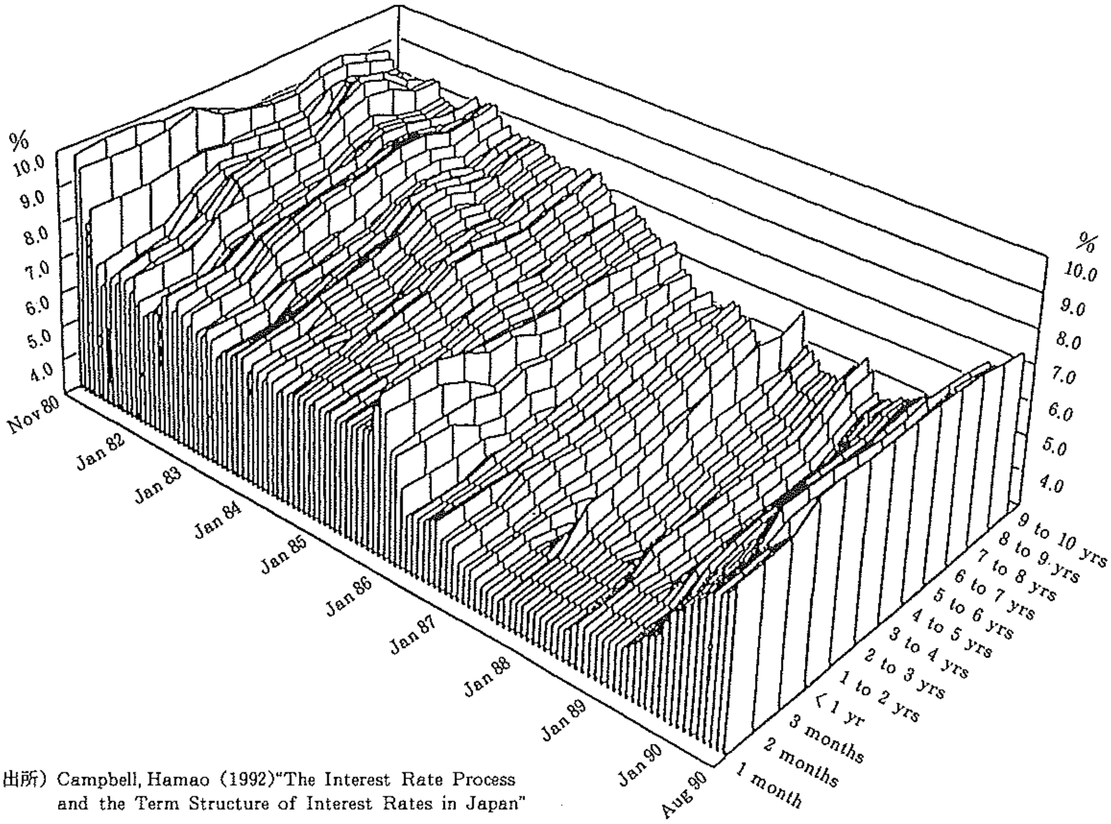
投資モデルの対象を金利に関連する証券に限定すれば、金利シナリオを整合的に生成（generate）するタイプのモデルは、ファイナンス理論の専門家により数限りなく作られてきた。[22] これらの文献について紹介する余裕はないが、ソルベンシー研究や生保ALMに使用するモデルとしては、その中でも上の2点を満足するものがのぞましい。

以下、金利モデルを作成する場合の留意点を述べることにしよう。そのためには、まず金利（の期間構造）の時系列変動の特徴を見ておく必要がある。株式の場合には、1期間の収益率変動の分布として最も簡単なものは正規分布や対数正規分布が仮定される。金利の場合は、負値をとらないという条件があるので、最も簡単なモデルは、金利の時系列的変動 r_t が過去の変動とは独立、且つ同一の分布，対数正規分布となる（i.i.d；individually identical distribution）ということを仮定したモデルになる。

$$\ln(1+r_t) \sim N(\mu, \sigma^2) \qquad (23)$$

ここに、$N(\mu, \sigma^2)$ は t に無関係に平均 μ、分散 σ^2 の正規分布である。しかし、実際の金利の動きを一瞥しただけでも、このような単純な確率過程では実際の金利変動パターンが説明できそうもないことは下の図に見られるとおりである。

図－13　日本国債の金利の期間構造の推移



（出所）Campbell, Hamao (1992)"The Interest Rate Process and the Term Structure of Interest Rates in Japan"

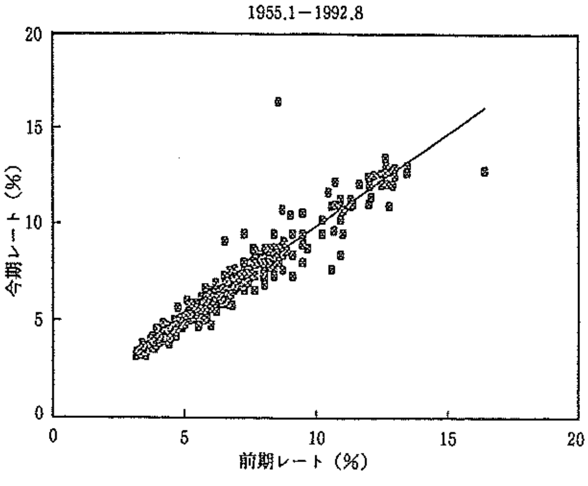
現実の金利のダイナミクスを分析すると、次のような特徴が見られる。

1）どの期間の金利をとっても負値をとることはない。

2）今期の金利は、前期の金利の水準に依存している。

図－14　前期レートと今期レートの相関性

1955.1－1992.8



今期＝0.28＋0.96＊前期　R^2＝0.92、有担コール翌日物、月次レート

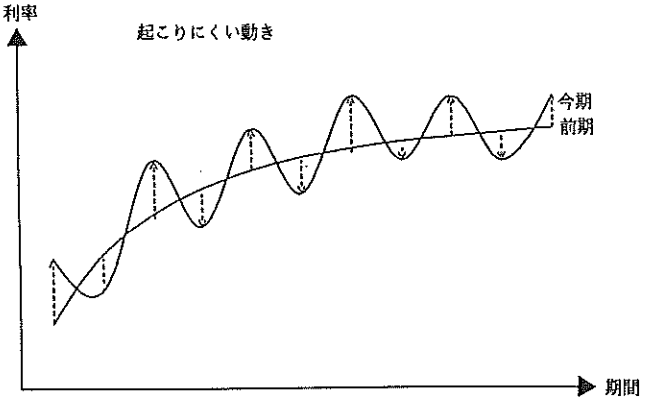
3）長期的な変動を見ると、ある均衡水準があり、そこから大きく外れるとその水準に戻ってくるような力が働いているように見える。（平均回帰性）

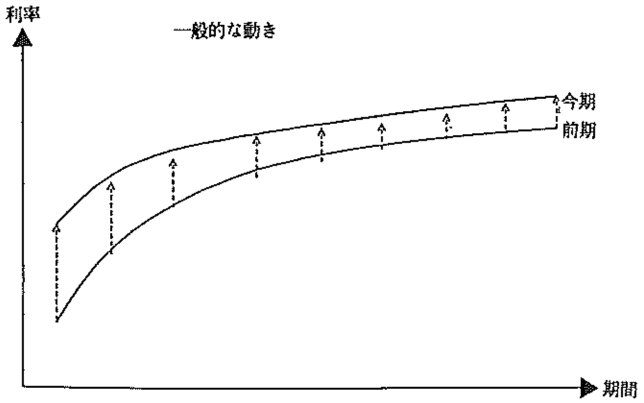
4）期間別の金利の動きを観察すると、1年物と10年物の金利変動の相関性は高くないが、1年物と2年物の相関性は比較的高い、というような2期間の近さと変動性との間の相関性がある。

5）長短金利には長期>短期（順イールド）の時期と短期>長期（逆イールド）の時期がある。

このような性質を備えたモデルで最も初歩的なものは逐次比率モデル(successive rates model)と呼ばれるものである。[23]

図－15　金利の期間変化の特徴





この方法は、つぎの手続きにより作成される。

1）まず、長期金利（例えば10年）と短期金利（例えば1年）のそれぞれにつき、過去の長期間にわたる実績の時系列データ $\{y_1, y_2, \cdots\cdots y_n\}$ を調べ、各期のレートと翌期のレートの比率 y_{n+1}/y_n を計算する。
2）この比率を良く説明できる分布関数を決定する。
3）長期金利と短期金利の相関関係も計算しておく。
4）金利の生成には2変数（長期、短期）の互いに相関性を持つ乱数を発生させる。なお、長期と短期の2点以外の金利は、補間法により求める。

この比率を表す分布関数として、米国債市場では、対数正規分布を当て嵌めることで比較的、良い近似が得られることが分かっている。その後も、この方針でモデルの精密化が図られ、現在もさまざまな方面で研究されている。[24]

さて、このように金利モデルについては、長短の期間構造まで含めたモデルが作成される等色々な努力がされているが、国債以外の社債やモーゲージ等に対しても、それぞれの信用リスクに応じたスプレッドを上乗せした金利モデルの開発が必要となる。従って、金利に関連する資産についての価格変動モデルについては、その価格が金利の期間構造によって決定されるため、モデルの精粗による現実との乖離の問題はあるものの設計のコンセプトは明らかである。問題は、株価や不動産、外貨建資産等を含む包括的な資産価格変動モデルである。ウィルキー・モデルのコンセプトを更に発展させた、各国の金融市場に適合した良いモデルをどのように作ってゆくかは重要かつ非常にチャレンジングな課題であり、今後の研究が望まれる。

6．キャッシュフロー型の生保ALMとソルベンシー・マージン

さて、満足すべき投資モデルの存在を仮定すると次の課題は生保ALMをどのように構築したら良いか、という段階になる。

最も、単純なモデルから説明する方が本質を明確に把握するためには有益と考えられるため責任準備金の計算の箇所（2.1節）の議論を思い起こすことにしよう。そこでの結論は、予定していた死亡率、利率が悪い方向に変化するとき、保険会社にはリスクが生ずるということであった。すなわち、利率を5％と予定していたのに、年々、実際の金利が下がってゆき、利息収入のキャッシュインフローが減少すること、また予定していた死亡率よりも多くの死亡が発生し、見込み額よりも支出が増加したこと、ないしその相乗効果によりキャッシュフローが予定の軌道から乖離した方向

に向かってゆくことが、保険会社のリスクの本質であるということであった。もちろん、現実の保険会社のALMモデルを構築するためには、先に述べた現実的な投資モデル以外にも、解約・失効による解約払戻金の支払い、上のモデルでは無視している経費面の収支を考慮することが最低限度、必要となろう。また、今後の新契約を見込むか（ゴーイングコンサーン基準）、既存契約に限定するか（清算基準）という問題についても、すでに2.3節で説明したように目的に応じた使い方が必要である。

もう一つ、是非、考慮しておかなければならないことは、契約者配当の支払いの問題である。2.4節でも触れたが、保険契約者の「合理的期待」に配慮して、比較的、安定した配当を支払うのか、実績にリンクして支払うのか、という配当政策の相違によりキャッシュフローには極めて大きな影響があるからである。さて、保険会社の会計上の決算では責任準備金と資産を比較するという貸借対照表による財政状態の検証が毎年行われている。しかし、貸借対照表による検証は一時点の静態的分析に止まるため、このようなダイナミックな分析を行う能力は限定されたものとなる。従って、このような動態的なリスクの分析をおこなうためには、キャッシュフローそのものにもう一度、立ち戻って将来のキャッシュフローの変動を引き起こす諸要因を分析し、その関係を現実的な確率モデルとして記述するという手続きが必要となる。

すなわち、k個のリスク要因 $\{c_1, c_2, \cdots, c_k\}$ が、負債（資産）それぞれのキャッシュフローL_t（A_t）に作用する仕方を何らかの関数で記述できれば、これが生保ALMの第一歩であるリスクの定量化ということになる。すなわち、L，Aをそれらの要因に依存する確率変数として、

$$L_t = L\ (t\ ;\ c_1, c_2, \cdots, c_k) \qquad (24)$$

$$A_t = A\ (t\ ;\ c_1, c_2, \cdots, c_k) \qquad (25)$$

$$N_t = L_t - A_t \ (\text{ネット・キャッシュフロー}) \qquad (26)$$

なる関数形を決定せよ、という課題である。

k個の要因は、互いに独立であるとは限らない。従って、これらの要因のうち何が本質的であり、何が末梢的であるかを判断し、それらの関連性を論理的に整理する手続きが必要である。複雑な計量経済学的なモデルを作るのではなく、生保ALMのための長期間にわたる収益の変動性の様子が理解できるような、できるかぎり簡明なものが望ましいからである。ウィルキー・モデルは、まさしくそういう発想のもとで作られたものである。

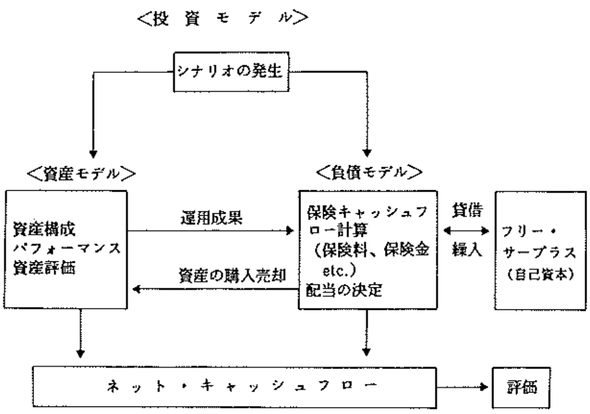
つぎの段階は、このモデルに従って、シミュレーションを多数行うことにより、数多くの$\{N_t(j)\}$（jはシナリオ番号）の組みが作り出されることになろう。この、各jに対するキャッシュフローを、モーゲージのOAS評価のように現在価値で評価することで現在の資産価値が充分であるかどうかが判断できることとなろう。多くの場合、法律上積立てが強制されている"責任準備金"の金額では不足することになるかもしれない。投資モデルから生成される多数のシナリオにより、$N_t(j)$の現在価値の分布が得られることになるが、この現在価値がマイナスになる確率をある確率ε以下にするような金額がキャッシュフロー型ALMにもとづくミニマム・ソルベンシー・マージンの定義となる。逆に言えば、現在の内部留保がその水準を上回っていれば、破産確率はε以下になると考えられる。この定義は、理念的には明解ではあるが、その背景となる前提やモデルの内容、破産確率εの水準その他により、一意的には決まらない。しかしながら、経営判断に妥当な水準を与えうるものである。

以上をまとめると、生保型ALMのおおまかな仕組みは下の概念図に示したようなものになるであろう。

さて、このようなキャッシュフロー型ALMの利用法は、ソルベンシー・マージンの継続的監視によるリスク状態の把握やアーリーウォーニング機能に限られるわけではない。むしろ、資産・負債に関わる諸前提を変化させることによる収益／

リスク量への影響の分析を通じて、合理的な経営判断に資することが本来的な機能となろう。このような経営政策に関わる諸前提のメニュー例としては以下のようなものが考えられる。

図－16　キャッシュフロー型ALMモデルの流れ



(1)財務政策；どのような資産ポートフォリオが望ましいか
(2)配当政策；安定配当か変動配当か
(3)営業政策；長期の販売計画をどう立てるか
(4)事業費計画；経費率の改善をどう進めるか
(5)商品政策；商品ポートフォリオをどう組んで行ったらよいか

このような利用の仕方をするには、それぞれの分野について現実性のあるモデルがどれだけ出来るかということがポイントとなる。そのための第一歩は、各分野に内在するリスクを抽出・分析し、リスクの定量化を行う手続きを実行することである。

7．結　論

ソルベンシー概念は、今まで検討してきたように裁量性・主観性の入る余地が大きく、その妥当性の判断が極めて難しい問題であることが分かった。その中には対象とするリスクの範囲、時間範囲、破産確率の選択、さらにリスクの定量化（モデル化）の過程における統計データの信頼性や標本数、モデル自身の現実妥当性等、極めて複雑で錯綜した問題をはらんでいる。1つの数値で表されるソルベンシー・マージンが、実は非常に多くの変数によって決まるものであり、しかも例えば破産確率など主観的に決定される部分が大きいのであるから、これはある意味では当然の帰結なのかもしれない。

しかし、一方では、金融の自由化を受けて保険会社を取り巻くリスクが多様化し、かつ複雑化してきていることがあり、責任準備金の担保能力について疑問が生じてきたのも事実である。このため、従来の貸借対照表ベースのリスク管理体制に加え、ALM的な管理技術で補完することの必要性が高まってきているのは間違いないところであろう。

本質的には、生保ALMは経営管理上のツールであり、監督当局が保険会社の財政状態をモニターするためのものではない。しかしながら、米国の監督当局が求めるRBCに見られるように、生保会社のリスクが極めて複雑かつ多様化している現状からはソルベンシー・マージン基準の策定もリスク量に見合って構成することが望ましいであろう。この場合、金融機関もその業態により、リスクの性質やその規模も異なるのであるから、その実態をもっとも反映した切り口でリスク管理規制の検討を行うことが自然であり、生保のリスクが極めて複雑であることを考えるとキャッシュフロー型のALMによる分析が十分にその威力を発揮することが期待できる。[25] しかしながら、監督当局のソルベンシー・マージン基準に利用するALM技術は、その性格上、個々の保険会社の実態を細部に至るまで反映したものは困難ないし不可能であることが考えられるため、それぞれの経験の平均的なものを利用する等、簡素化したものを用いざるを得ない。

さて、経営目的に利用すべきALMは、各部門の諸計画との連携が重要であり、さまざまな活用

方法がある。経営目的のためのALMは、ゴーイング・コンサーン基準となるが、第一義的には必要なソルベンシー・マージンを上回る内部留保が確保されているかを経営内部で監視してゆくことであり、内部管理会計と結びついたものにすることが考えられれる。[26] この場合、経営として受容可能なリスクの判断材料として破産確率の水準設定の問題が再び浮上してくることになる。

この受容可能なリスクの問題は、最終的には経営の意志決定そのものに関わる問題である。受容可能性は、自社の体力とリスクが顕在化した場合の損失規模との関連で決まるのであるが、その受容可能性の概念自体もいくつかの段階に分けて考える方が良いかもしれない。リスクが顕在化したときの損失は、会計上の何らかの調整で対応可能な水準、相当程度の資産のリストラクチュアリングを要する水準、自己資本で対応する水準等いろいろなレベルが考えられる。[27]

保険会社のALMの実現が、銀行と比較すると非常に難しいものになるのは、やはり、そのコントロールすべき対象自体が複雑なリスクを抱えていることに本質がある。不確実な将来の超長期のキャッシュフローの動きを出来るだけ正確に捉えるための総合的な管理技術体系の確立が喫緊の課題であるといえよう。

注

（1）本稿は、「リスク管理とアクチュアリー」（1992年11月）で十分な説明ができなかった重要な概念について一般向けにできるだけ詳しい説明を加える目的で執筆したものである。従って、興味ある読者は同書も参照されたい。

（2）平準純保険料式責任準備金では経費を考慮していない。これに対し、考慮するものとしてはチルメル式、営業保険料式等、さまざまなバリエーションがある。責任準備金とは、あくまでも評価性のものであり、このような方式の違い、また評価利率等の基礎率の違いによっても、その水準は異なる。

（3）確率過程が定常とは、確率分布が時間の推移に関して不変であることを指す。

（4）非定常とは、逆に時間の推移に関し不変性が保たれないことを言い、数学的な取扱いが極めて難しくなる。

（5）イギリスのアクチュアリー会では損保会社のソルベンシー問題を検討するためにGI SG（General Insurance Study Group）を組織し、Dublin(1981),Bristol(1983),Cheltenham(1985)等と研究を進めてきている。

（6）通常、10年ないし20年を見ることが望ましいとされる。

（7）フィンランド、ノルウェー、スウェーデン等を中心とした北欧の確率・統計学者やアクチュアリーによって発展した理論であり、個別的危険論と集合的危険論に分かれる。

（8）イギリスの保険会社の財政運営の理念であるスカーマンの原則を纏めた論文。契約者の配当に対する合理的な範囲内の期待権を認めている。

（9）資産リスクに備えて責任準備金の4％、保険リスクに備えて危険保険金額（保険金額－責準）の0.5％の積立てを強制。（細部規定あり）

（10）破産確率を色々変化させたシミュレーションを実施し、ECソルベンシー・マージン基準の実証を行った。株式占率等の資産内容の他、無配当か有配当かで、マージン水準は大きく異なりうることを実証した。その後もウィルキー・モデルは色々な分析によく利用されている。最近では、Roff〔1992〕。

（11）もちろん10％，5％の破産確率では10年，20年に一度、フリーリザーブがなくなることを意味するので一般的には大きすぎるということは言えよう。しかし、許容範囲がどこかを明確に述べることはできない。最終的には各社の経営判断となる。

（12）「リスク管理とアクチュアリー」pp.43～44を参照。

（13）株式・不動産にまでデュレーションの概念を拡げる考え方もある。（注15）

（14）ビィルワッグの本では、正味資本／資産比率、純所得、純所得／資産比率のそれぞれについてGAPを定義しているが、ここでは省略して説明している。

（15）いずれの論文も、株式・不動産価格をキャッシュフローの現在価値として把握し、その金利弾力性を求めるアプローチである。

（16）このようなタイプの金利モデルを、TSC（Term Structure Constrained：期間構造制約）型と呼ぶことがある。評価時点のイールド・カーブ（利回り曲線）により、将来のある時点から別の時点までの期間の金利（フォーワード・レートと呼ぶ）が決まるが、ここで発生させた金利シナリオの集

合を平均した将来の任意の時点の価格が、評価時点のイールドカーブによりインプライされたフォワード・レートで評価したものと合致するように決めるのである。これをリスク中立的な金利シナリオ族と言う。

(17) この分野の研究に Clancy,R.P.〔1985〕等がある。

(18) 1992年12月に NAIC（全米保険監督官会議）で採択され1993年度より施行される。

(19) 米国アクチュアリー会「Combination of Risks Task Force」(1987)の報告書の付録A: Geyer, Mateja(1987a),Geyer,Mateja(1987b),Amodeo(1987),Smith,Twolog(1987)

(20) C1, C2 リスクは独立で、C3とは相関関係があると考えている。

(21)「リスク管理とアクチュアリー」pp.50〜56および清水〔1992〕参照。

(22) 二項分布モデルによるものと確率微分方程式を解くものがある。後者は、偏微分方程式に帰着するが、一般には解析的な解を得ることは難しい。小林孝雄（東京大学）の分類によれば、後者のモデルは次の4つのタイプに分かれる。

① 正規分布型モデル　　② 対数正規分布型モデル

③ $\sqrt{r}$ 型モデル　　④ CEV（constant elacity of variance)型モデル

(23) S.O.A.STUDY NOTE 443-25-89" Cash Flow Analysis Techniques "参照

(24) Jetton〔1988〕, Tilley〔1991〕等がある。

(25) 生保のソルベンシー・マージンについて、一部に、銀行のBIS基準のようなリスクの視点からの規制ではなく、保険契約者保護の観点から預金保険機構のような性格を持つ規制であるとする見方もあるが、これまで述べたように、生保のソルベンシー規制も他の金融機関のリスク規制と基本的には同じ性格を持つものと考える。

(26) 区分経理の問題も、資産・負債のキャッシュ・フロー管理の合理化の視点から整理すると理解が容易になる。複雑に絡み合ったリスク要因が作用するキャッシュフローの集合体を、いくつかの共通のリスク要因でグルーピングすることにより、制御可能な単位に分け、キャッシュ・フロー管理を容易にすることが、その本質である。

(27)「銀行の戦略革新」(1992)で述べられているように、「思想を変革するに当たってまず銀行のリスク耐力を把握し、とるべきリスクレベルを決定する必要がある。」(pp.146〜147)そこでは、リスクの許容量のレベルとして、①毎年の期待利益、②流動化が容易な含み益（株式等)、③各種引当金、④流動化が難しい含み益（不動産等)、⑤自己資本　に分類している。

〔主要参考文献一覧〕

邦　文

1．「新しい保険事業のあり方－保険審議会答申－」, 1992年6月

2．浅谷輝雄監修（1992)「リスク管理とアクチュアリー」(金融財政事情研究会)

3．浅谷輝雄(1990)「ALMによる責任準備金の評価」(インシュアランス, 1990年9月)

4. 浅谷輝雄(1990)「現下の生命保険計理問題について－責任準備金を中心にして－」（インシュアランス,1990年11月）
5. 古瀬正敏(1987)「生保会社のソルベンシー確保と早期警戒装置」(生保経営第55巻)
6. 田中淳三(1991)「生保会社のソルベンシー基準とアクチュアリーの役割」（保険学雑誌，第521号）
7. 川北英隆(1990)「第3世代の金融」(東洋経済新報社)
8. 武見浩光(1990)「ALMの基礎知識」(東洋経済新報社)
9. 清水　博(1992)「資産運用モデルを用いたキャッシュフローテスト形式のソルベンシー診断」（保険学雑誌，第539号）
10. マッキンゼー金融グループ（1992)「銀行の戦略革新」(東洋経済新報社)
11. ジェラルド O. ビルワッグ（1989)「デュアレーション分析」文眞堂，土田壽孝訳
12. フランク・J.ファボッツィ，小西湛夫(1992)「ALMの新手法」金融財政事情研究会

英　文

1. Kastelijn,W.M.,Remmerswaal,J.C.M.(1990)"Solvency" National Nederlanden N.V.
2. Limb,A.P.(1984)"Desirable for Solvency "22 TICA , VOL3, pp.1-11
3. Gerber,H.U.(1990)"Life Insurance Mathematics " Springer Verlag
4. Bowers,Gerber,Hickman,Nesbitt(1986)"Actuarial Mathematics" S.O.A.
5. Bellhouse,D.R.,Panjar,H.H.(1980)"Stochastic Modelling of Interest Rates With Applications to Life Insurance Contingencies " J.R.I.,XLVII pp.91-110
(注) 1981年6月に同誌にPart IIが掲載される。
6. Giacotto,C.(1986)"Stochastic Modelling of Interest Rates-Actuarial v.s.Equilibrium Approach " J.R.I. Sept.1986
7. Skerman,R.S.(1966)"A Solvency Standard for Life Assurance Business " J.I.A. vol.92, 75
8. Hardie,A.C. et al(1984)"The Solvency of Life Assurance Companies " Paper presented to the Faculty of Actuaries,Oct.,1984
9. Campagne,C.(1984)"Standard minimum de Solvabilité ",Report of OECE,March
10. Pentikäinen,T.(1982)"Solvency of Insurers and Equalization Reserve "vol.1, Insurance Publishing Company Ltd.,Helsinki
11. Rantala,J.(1982)" Solvency of Insurers and Equalization Reserve "vol.2, Insurance Publishing Company Ltd.,Helsinki
12. Wilkie,A.D.(1984)"A Stochastic Investment Model for Actuarial Use " Paper presented to the Faculty of Actuaries,19, Nov.
13. Redington,F.M.(1952)" Review of the Principles of the Life Office Valuation " J.I.A, vol.78, 286
14. Beard,Pentikäinen,Pesonen (1977, 1984)"Risk Theory" Chapman Hall,London
15. Litterman,R.,Sheinkman,J. (1988)"Common Factors Affecting Bond Returns" Goldman Sachs Co.,Financial Strategy Group Publications

16. Jetton,M.F.(1988)"Interest Rate Scenarios " T.S.A. vol.XL
17. Tilley,J.A.(1991)"A Stochastic Yield Curve Model for Asset/Liability Simulations" Proceedings of 1st AFIR Colloquium,1991
18. Tilley,J.A.(1992)"An Actuarial Layman's Guide to Building Stochastic Interest Generators" T.S.A. XLIV (1992)
19. Campbell,J.Y.,Hamao,Y.(1992)" The Interest Rate Process and the Term Structure of Interest Rates in Japan"
20. Leibowitz,M.L.(1986)"Total Portfolio Duration ; A New Perspective on Asset Allocation" F.A.J.,Sept./Oct.1986
21. Leibowitz,Sorensen,Arnott,Hanson(1989);"A Total Differential Approach to Equity Duration " F.A.J. Sept./Oct.,1989
22. Hartzell,Shulmann,Langetig,Leibowitz(1988);"A Look at Real Estate Duration" Journal of Portfolio Management,Fall,1988
23. Shwartz,E.S.,Torous,W.N.(1989)"Prepayment and Valuation of Mortgage-Backed Securities" Journal of Finance,June,1989
24. Fofer,D.O.,Waters,H.R.,"Stochastic Approach to Life Contingencies" Special Note, Institute of Actuaries Education Service
25. Roff,T.(1992)"Asset and Liability Studies on a With Profit Fund" Presented to the Staple Inn Actuarial Society on 13, Oct.
26. Clancy,R.P.(1985)"Options on Bonds and Applications to Product Pricing" T.S.A. XXXVII,pp.97-151
27. Committee on the Valuation and Related Problem (1979)(Society of Actuaries) "A Preliminary Report to the Society Membership " Combination of Risks Task Force (1983)(Society of Actuaries)" Report of Combination of Risks Task Force"
この付録に、C_4リスクに関する次の論文がある。
A－1　Risk Management in an Insurance Enterprise by Geyer,J.A. and Mateja,M.E.
A－2　C－4 Risk by Geyer,J.A. and Mateja,M.E.
A－3　Analysis of 1930's Insolvencies by Anthony Amodeo
A－4　Industry Capitalization by Stephan Smith and Paul Tworog
28. S.O.A.STUDY NOTE 443-25-89 "Cash Flow Analysis Techniques " from Proceedings of Two Day Symposium , Sept.30-Oct.1, 1987 Dallas,Texas

(略語)　S.O.A.: Society of Actuaries
J.R.I. : Journal of Risk and Insurance
TICA : Transaction of the International Congress of Actuaries
T.S.A. : Transaction of the Society of Actuaries
J.I.A. : Journal of the Institute of Actuaries

〔付録１〕確率論的な保険数学の主要な結論について

ｘ才の被保険者がｎ人いるとき、各人の余命（これから何年、生存するか）の確率変数をKi（i=1, 2, …, n）とし、終身保険の純保険料をP_xと書けば、保険会社のｉ契約からの収支残の現在価値の確率変数g（K_i, P_x）は、

$$g(K_i, P_x) = P_x \cdot \ddot{a}_{k_i+1} - v^{k_i+1} \tag{1}$$

ここに、$\ddot{a}_{k_i+1}$は、（K_i＋１）年間の年金現価をあらわす確率変数であり、

$$\ddot{a}_{k_i+1} = 1 + v + v^2 + v^3 + \cdots\cdots + v^{k_i} \tag{2}$$

で定義される。

このとき、K_iが互いに独立の確率変数であれば、ｎ人の被保険者集団に関しての収支残の現在価値Ｘは、

$$X = \Sigma_{i=1}^{n} g(K_i, P_x) \tag{3}$$

となる。これらの前提のもとで、g（K_i, P_x）およびＸの平均、分散を求めると、

$$E[g(K_i, P_x)] = P_x \cdot \ddot{a}_x - A_x \tag{4}$$

$$V[g(K_i, P_x)] = (1 + P_x/d)^2 ({}^2A_x - (A_x)^2) \tag{5}$$

$$E[X] = n(P_x \cdot \ddot{a}_x - A_x) \tag{6}$$

$$V[X] = n(1 + P_x/d)^2 ({}^2A_x - (A_x)^2) \tag{7}$$

などとなる。ここに、d＝１－v, A_xは終身保険金のキャッシュ・アウトフローの現在価値であり、

${}^2A_x$は、その分散である。

$$A_x = \int_{t=0}^{n} v^t \; {}_xp_t \; \mu_{x+t} \, dt \tag{8}$$

$${}^2A_x = \int_{t=0}^{n} v^{2t} \; {}_xp_t \; \mu_{x+t} \, dt \tag{9}$$

重要なことは、確率論的な保険数学でも、保険料の期待値はＥ〔Ｘ〕＝０から、

$$P_x = A_x / \ddot{a}_x \tag{10}$$

と決定論的な保険数学と同じ結論が得られることであるが、保険会社の収支残の現在価値Ｘがマイナスにならないような確率をε以下にするような保険料P'_xは、同一の分布を持つｎ個の確率変数の総和は、十分大きなｎに関しては中心極限定理により正規分布で近似されることを利用すると（８),（９）より、

$$P_x = \{A_x + \alpha(\varepsilon)\,\gamma/\sqrt{n}\} / \{\ddot{a}_x - \alpha(\varepsilon)\,\gamma/(d\sqrt{n})\} \tag{11}$$

が得られる。（$\alpha(\varepsilon)$は、標準正規分布の片側ε点, γは$\sqrt{({}^2A_x - (A_x)^2)}$)

ｎが比較的、小さければεの与え方にもよるが、P'はＰよりもかなり大きくなるが、十分大きいｎに対してはP'≒Ｐとなる。従って、余命をあらわす確率変数が同一分布を持ち、死亡率に関し互いに独立であるという条件が成立するならば、死亡率のフラクチュエーションのリスクはｎが大なるとき大数の法則により、決定論的な保険料Ｐに十分近づくので、決定論的な保険料を使用しても問題はない。

以上のことは、責任準備金（率）についても成り立ち、${}_tV_x = \Sigma h(P_x, k_i)$, $h(P_x, k_i) = v^{k_i+1} - P_x \cdot \ddot{a}_{k_i+1}$（$k_i$はx+t才の余命）なる確率変数について同様の議論を行えばよい。

$$E[{}_tV_x] = n(A_{x+t} - P_x \ddot{a}_{x+t}) \tag{12}$$

$$V[{}_tV_x] = n(1 + P_x/d)^2 ({}^2A_{x+t} - (A_{x+t})^2) \tag{13}$$

なので、死亡率のリスクのフラクチュエーションを考慮した責任準備金率、${}_tv_x$は、

$${}_tv_x = A_{x+t} - P_x \ddot{a}_{x+t} + \alpha(\varepsilon) \cdot (1 + P_x/d)\,\gamma'/\sqrt{n}) \tag{14}$$

ここに、$\gamma' = \sqrt{({}^2A_{x+t} - (A_{x+t})^2)}$である。

〔付録２〕Redington イミュナイゼーションの数理

この当時は、まだ金利の期間構造の発想まではなく利力δ（期間にかかわらず一定）の変化に応じて、資産・負債のキャッシュフローの現在価値（以下、現価と呼ぶ）について論じている。

資産（負債）の第間隔に並んだN個のキャッシュフローA_t（L_t）の現高A（L）は、それぞれ

$$A=\Sigma_{t=1}^{N}A_t\exp(-\delta t),\quad L=\Sigma_{t=1}^{N}L_t\exp(-\delta t)$$

今、$t\to t+\Delta$と微少時間が経過したとき$\delta\to\delta+\Delta\delta$へと利力が変化したケースを考える。

$$dA/d\delta=\Sigma_{t=1}^{N}A_t\cdot d\exp(-\delta t)/d\delta$$
$$=-\Sigma_{t=1}^{N}tA_t\exp(-\delta t)$$
$$dL/d\delta=-\Sigma_{t=1}^{N}tL_t\exp(-\delta t)$$

ここで初めて、デュレーション（キャッシュフローの平均期間）の概念が登場する。

$$D_A=-dA/d\delta\div A=\Sigma_{t=1}^{N}tA_t\exp(-\delta t)\div\Sigma_{t=1}^{N}A_t\exp(-\delta t)$$

デュレーションを利用すれば、利力変化$\Delta\delta$に対し、資産価値の変化ΔAは第１次近似として

$\Delta A/A=-D_A\cdot\Delta\delta$　と表すことができる。

負債についても同様であり、

$\Delta L/L=-D_L\cdot\Delta\delta$　と表すことができる。

従って、もしある時点で$A=L$が成立しているときには、サープラス（剰余金）$S=A-L$の変化ΔSは

$$\Delta S=\Delta A-\Delta L=-(D_A-D_L)\cdot A\cdot\Delta\delta$$

従って、つぎの命題が成り立つ。

（命題１）

$A=L$であり、もし$D_A>D_L$なら$\Delta\delta>0$（金利上昇）のときは$\Delta A<\Delta L$

$\Delta\delta<0$（金利上昇）のときは$\Delta A>\Delta L$

となる。資産・負債の平均期間（デュレーション）の長さの違いが剰余金（サープラス＝資産－負債）に重大な影響を及ぼす！

今度は$A=L$, $D_A=D_L$の場合を考える。この場合には$\Delta\delta$について第２次近似まで考えることにする。このとき、利力変化$\Delta\delta$に対し、$A\to A'$, $L\to L'$と変化したとき、$S'=A'-L'$をSの回りでテイラー展開してみると、

$$A'-L'=(A-L)-(D_A-D_L)\Delta\delta+1/2\{d^2(A-L)/d\delta^2\}\Delta\delta^2+\cdots\cdots$$

ここで、$d^2A/d\delta^2$, $d^2L/d\delta^2$の項が登場したが、これを現価A, Lで除したものをコンベキシティと呼ぶと、

$$C_A=d^2A/d\delta^2\div A=-d(A\cdot D^A)/d\delta$$
$$=\Sigma_{t=1}^{N}t^2A_t\exp(-\delta t)/\Sigma_{t=1}^{N}A_t\exp(-\delta t)$$
$$C_L=\Sigma_{t=1}^{N}t^2L_t\exp(-\delta t)/\Sigma_{t=1}^{N}L_t\exp(-\delta t)$$

これにより、$A=L$, $D_A=D_L$の場合に第２次近似まで考えることにより、

$$\Delta S=1/2(C_A-C_L)\cdot A\cdot\Delta\delta^2$$

が成り立つ。

従って、つぎの命題が成り立つ。

（命題２）

$A=L$, $D_A=D_L$の場合には、$C_A>C_L$ならば常に$\Delta\delta$の正負にかかわらず$\Delta S>0$が成立する。これをRedingtonの名前を採ってRedingtonのイミュナイゼーションと呼び、$C_A>C_L$をレディントン条件と呼ぶことにする。

（注１）イミュナイゼーションの通常の定式化は投資期間Hを仮定し、Hまでの最終利回り（ないし初期投資額のH期間後の最終利回り（ないし初期投資額のH期間後の最終利回りによる終価）を保全する戦略として表現されることが多い。この場合は、インプリシットには単一負債の支払いを前提としており、連続的に$D^A=H$になるようにリバランスしてゆけば、第一次近似では最終価値の保全が可能になる。

（注２）レディントン条件は、原論文では、$\Sigma_{t=1}^{N}t^2\ A_t\exp(-\delta t)>\Sigma_{t=1}^{N}t^2\ L_t\exp(-\delta t)$と表現されている。また、ビルワッグ〔1989〕では、デュレーションの回りでテイラー展開した２次導関数$I_A=\Sigma_{t=1}^{N}(t-D_A)^2\ A_t\exp(-\delta t)/A$で定義される慣性力（inertia）で表現されている。

〔付録３〕モーゲージ関連商品のプライシング

何らかの方法により、期間i年のn番目のリスク中立的な金利パスが$r_n(i)$（$n=1, 2, \cdots\cdots, N$；Nはシナリオ総数）のように生成されたとき、それらが等確率であり、かつNが十分に大きければ、モーゲージのOASは次の公式で与えられることになる。

$$P\fallingdotseq\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\frac{CF_n(t)}{\prod_{i=1}^{t}\left[1+(r_n(i)+OAS)/2\right]}$$

ここで、その他の記号の意味はつぎのとおりである。

$CF_n(t)$ ： 金利パスnに依存するt年後のキャッシュフロー

T ： モーゲージの満期までの残存年数

OAS ： オプション調整後スプレッド（半年複利の年率表示）