ポートフォリオリスクとアセットアロケーション（為替分析）

1. はじめに

投資リスクのヘッジ手段として、先物、オプション市場が存在する。ところで、ダウンサイドリスクを抑え、アップサイドの収益を得ようとする方法としては、オプションが最も適切である。しかし、それよりはむしろ、先物によってオプションのペイオフダイアグラムの形状をつくるポートフォリオインシュアランスの方がより効果的であるとされる。というのは、一つに取引のコストとなるオプションプレミアムが高いためである。ところで、そのプレミアムはボラティリティーの大きさによって影響を受ける。また、このボラティリティーは複数のリスク資産の組み合わせによって（分散効果により）単なる加重平均の値よりも小さくなることが知られている。投資家にとって保有する金融資産は単に一つだけでなく、株式、債券、外国証券といったように複数のものが存在する。よって、投資家にとってのリスクヘッジの目的は単に個別資産におけるダウンサイドリスクのヘッジではなく、それらの組み合わせであるポートフォリオ全体のダウンサイドのリスクを回避することであろう。そして、その手段としてオプションを考える場合、そのプレミアムの決定要素であるポートフォリオのボラティリティーはそれぞれの加重平均の値を下回る。オプションのプレミアムはボラティリティーが大きいほど高く、ボラティリティーが小さいほど安いわけであるから、結局、複数の資産によるポートフォリオを考える場合、それら別個に与えられるオプションプレミアムの加重平均と比較して、このポートフォリオ全体のボラティリティーより得られるオプションプレミアムは小さくなることがわかる。

ところで、オプション取引を行なおうとする場合、買い手にとっては売り手の存在が必要である。よって、このようなマルチアセット型のオプションを考えたとしても、現実には、はたしてその取引の相手がいるかどうかといった問題を残す。

しかしながら、こういったマルチアセット型のオプション契約を現実に活用しないまでもオプションプレミアムがリスクの期待値であることからすれば、ここで計算されるマルチアセットオプションのプレミアムは当然覚悟しなければならないポートフォリオリスクの値と評価され、ポートフォリオ管理をするうえで重要なひとつの指標となり得る。

一方、ポートフォリオの収益＝リスク管理については伝統的に期待収益率と標準偏差の関係から最適な組み合わせを考えようとするアプローチがとられてきた。しかし、ここで問題となるのは、ここで扱われるリスクは単に標準偏差であり、投資家にとって覚悟すべきリスクの値（リスクの期待値）ではないということである。たとえば、

外国証券投資を行なおうとする場合、その最も大きな動機は内外金利差から得られる投資の有利性である。当然、ここには常に為替リスクが伴う。そこで、外国証券投資を行う場合、最適な通貨配分は一つにこの内外金利差によって表される期待収益率と標準偏差で表されるリスクの関係から、最適解を得ることができるとされてきた。しかし、ここで問題となるのは、内外金利差と標準偏差とは単純には比較が行い得ないということである。というのはリターンは確率的な平均収益率（期待収益率）であるのに対し、リスクを表す標準偏差は平均的な価格変動のブレを表すものであり、確率的な平均リスク（期待リスク）を表すものではないからである。もちろん、リスクを標準偏差とおく考え方は現代のポートフォリオ理論の基礎をなすものであり、CAPMをはじめ、そこから種々理論展開がなされてきた。しかしながら、既に述べたとおり、ポートフォリオの最適資金配分を考えようとする場合、単に各々の期待収益率と標準偏差で表されるリスクとの関係では単純な比較が行い難いことからするなら、外国証券投資を行う場合むしろ内外金利差為替変動リスクの期待値の関係で管理（分析）がなされるべきであると考えられる。

よって、このレポートでは投資（ポートフォリオ管理）を行う場合、必要となるリスクのプレミアム（覚悟しなければならないリスクの値）はどの程度であるのか、および期待収益率とリスクの期待値でみた場合、最適なポートフォリオの配分はどう決めるべきなのかについて、外貨ポートフォリオを例に考えていくこととした。

2. （伝統的な）アセットアロケーション

一般に投資家は投資収益とリスクの関係から最適となる資産の組み合わせを考える。この投資収益率を期待収益率に、リスクを組み合わされた資産の価格変動の標準偏差において分析したのは1950年代のマルコビッツであった。

たとえば、期待収益率Eは

$$E=\frac{1}{n}\sum^{n} p_i \quad \cdots\cdots (1)$$

$$p_i=\frac{1}{\tau}\sum \log\left(\frac{X_{i,t-1}}{X_{i,t}}\right)$$

$X_{i,t}$：銘柄iのt時点における価格

τ：測定期間

n：銘柄数

であり、また標準偏差σは

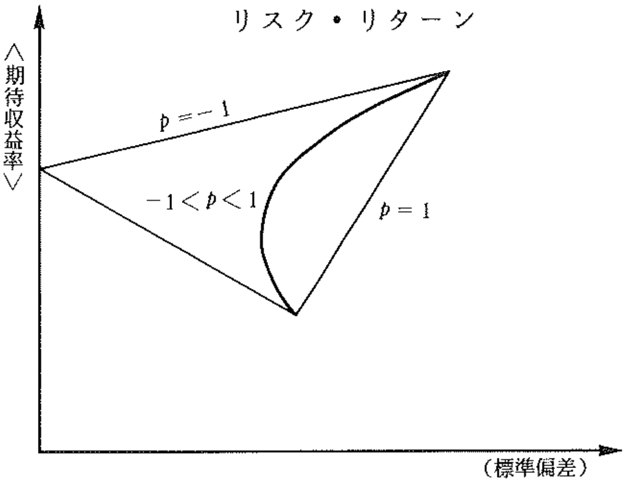
$$\sigma=\sqrt{1/n\sum\sum \mathrm{cov}_{i,j}} \quad \cdots\cdots (2)$$

で表される。そこで、２資産におけるリスクσは、

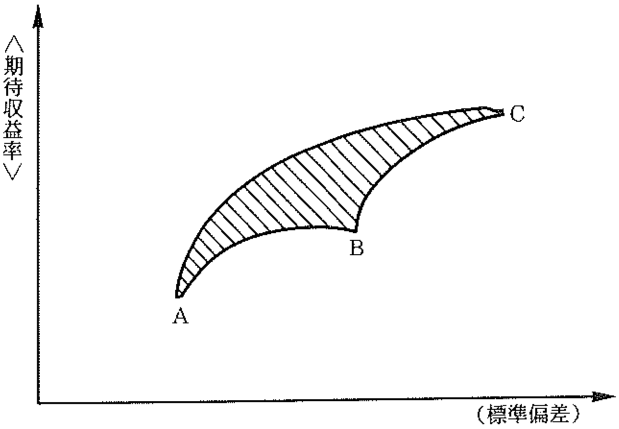
$$\sigma=\sqrt{1/2(\sigma_1^2+\sigma_2^2+2\mathrm{cov}_{12})}$$

であり、一方相関ρは

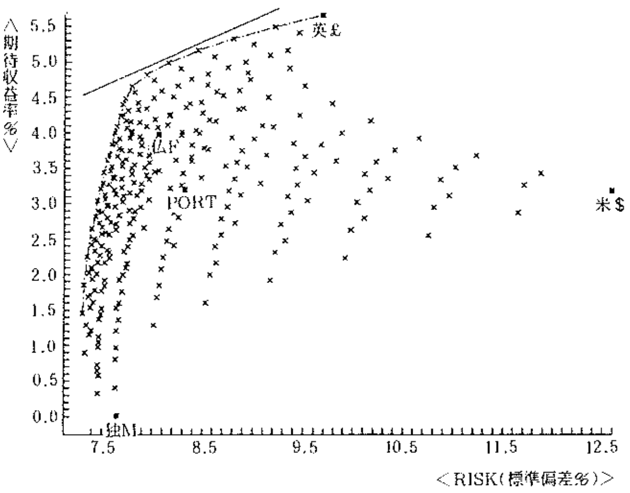
図－1　2資産の相関係数と
リスク・リターン



図－2　複数資産の組み合わせによる
ポートフォリオのリスク・リターン



図－3　通貨分散によるリスク・リターン



$\rho = \mathrm{cov}_{12} / \sigma_1 \sigma_2$

であるから、この2資産ポートフォリオのリスクσは

$\sigma = \sqrt{1/2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\rho\sigma_1\sigma_2)}$

となる。よって、2資産の相関係数ρの値に基づく収益＝リターンの関係は図－1で表される。

≪仮想PORTFOLIO（図のPORT）≫

RETURN	RISK	通貨配分 米 $	独 M	英 £	仏 F
3.2	8.3	40.0	20.0	20.0	20.0

＜効率的PORTFOLIO＞

RETURN	RISK	通貨配分 米 $	独 M	英 £	仏 F
1.5	7.3	10.0	70.0	20.0	.0
1.9	7.3	10.0	60.0	20.0	10.0
2.2	7.4	10.0	50.0	20.0	20.0
2.6	7.4	10.0	40.0	20.0	30.0
2.8	7.4	10.0	40.0	30.0	20.0
3.0	7.5	10.0	30.0	20.0	40.0
3.2	7.5	10.0	30.0	30.0	30.0
3.3	7.5	.0	30.0	30.0	40.0
3.4	7.5	10.0	20.0	20.0	50.0
3.6	7.6	10.0	20.0	30.0	40.0
3.7	7.6	.0	20.0	30.0	50.0
3.8	7.6	10.0	10.0	20.0	60.0
4.0	7.6	10.0	10.0	30.0	50.0
4.1	7.7	.0	10.0	30.0	60.0
4.2	7.7	10.0	.0	20.0	70.0
4.4	7.7	10.0	.0	30.0	60.0
4.5	7.7	.0	.0	30.0	70.0
4.6	7.8	.0	.0	40.0	60.0
4.8	7.9	.0	.0	50.0	50.0
5.0	8.2	.0	.0	60.0	40.0
5.1	8.5	.0	.0	70.0	30.0
5.3	8.8	.0	.0	80.0	20.0
5.5	9.2	.0	.0	90.0	10.0
5.7	9.7	.0	.0	100.0	.0

―分析の条件―

- 測定期間：昭和61／1～63／12
- データの種類：ウィークリーデータ
- 期待収益率：昭和61／1～63／12の平均内外金利差

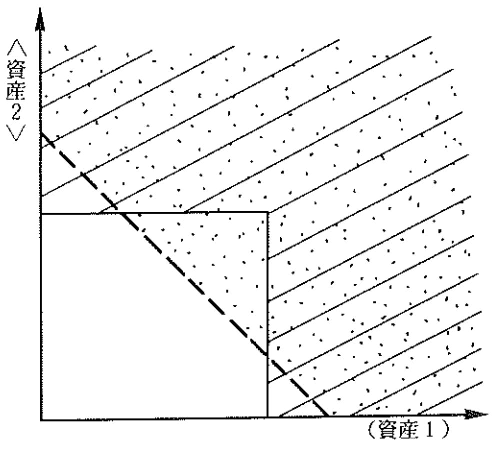
ところで、複数の資産の組み合わせによる収益＝リスクの関係は、先の(1)、(2)式で表され、また、各々の相関係数は一般に$-1<\rho_{ij}<1$であることから、この複数の資産の組み合わせによるポートフォリオの収益率とリスク関係を図示すると、図－2のようになる。

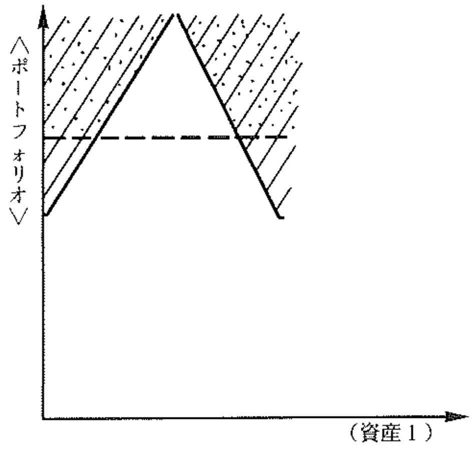
ここで、実際に複数のリスク資産として、米ドル、独マルク、英ポンド、仏フランを取り上げ、それらにおける収益＝リスクの関係を表すならば、図－3のような結果が得られた。

3. アセットアロケーションとオプションプレミアム

ところで、既に述べたとおり、複数の資産の組み合わせによるポートフォリオを保有する投資家にとって、そのポートフォリオのダウンサイドのリスクは回避しつつ、アップサイドの収益を得るのが好ましい。一般にこの方法によるリスクヘッジの手段としてはオプションが存在する。ただし、これはおおむね単一の資産に対して行われるものであり、複数資産の組み合わせによるポートフォリオにオプションをかけようとする場合、それは現実的にはポートフォリオを構成する各資産を対象にオプションを各々個別にかけることによってのみ行ない得る。しかし、投資家にとって最も必要なのはポートフォリオ全体の価格変動にともなうダウンサイドリスクの回避であり、それはある定められたポートフォリオ全体の価格以下のリスクの回避である。また一般のオプション契約の場合、またそれぞれ各資産について定められた、ある価格（それぞれの行使価格）以下のリスクをプロテクトするものであり、それらの合計した契約が必ずしもポートフォリオの一定価格（ポートフォリオ自体の行使価格）以下のリスクを回避するのとは異なる。つまり、ポートフォリオ全体のリスクの期待値は、ポートフォリオを構成する各資産のリスクの期待値の加重平均とは異なる。

たとえば、2資産でポートフォリオを考えるならば、2つの資産個々オプションの組み合みあわせによる満期時のポートフォリオのとりうる収益帯は斜線でしめされた





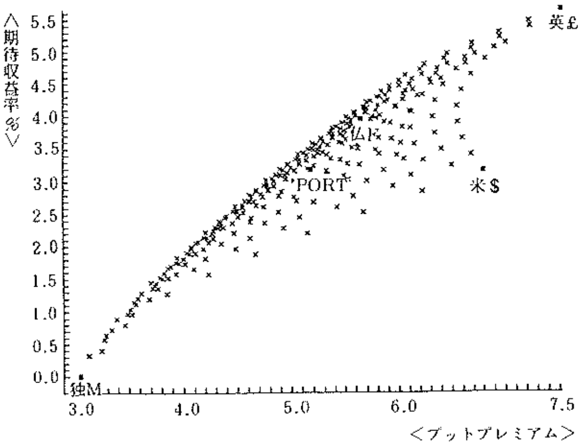
部分であり、またポートフォリオ全体に対し、ある行使価格を決めたオプションを付したポートフォリオのとり得る収益帯は点で示された領域である。

また、このポートフォリオのリスクは複数資産の価格変動の分散効果により、単なる加重平均より小さくなることが見込まれる。

そこで、各資産の価格変動分布からポートフォリオの価格変動分布を求め、ポートフォリオ全体に対するオプション（マルチアセット型）のプレミアムを計算し、その値とポートフォリオの持つ期待収益率の関係を表すことを行う。具体的に外貨ポートフォリオにおけるそれらの関係を表すと、図－4の通りである。

なお、この分析において、その期待収益率は内外金利差とした。

図－4　外貨ポートフォリオにおける
期待収益率とオプションプレミアム



・行使価格　：100
・現資産価格：100
・期　間　：1年
・短期利子率（61／1～63／12の平均内外金利差）
米：3.18（%）
独：0.01
英：5.65
仏：3.97
仏：3.97
・為替データ：61／1～63／12のウィークリーデータ
（注）図のPORTは米40%、独、英、仏それぞれ20%の通貨配分

・為替リスク対策と最適通貨配分

ここで計算された多通貨におけるオプションプレミアム（リスクの期待値）は、いわゆる円高に伴うリスクの期待値である。

たとえばt時点におけるプットオプションのプレミアムP_tは満期（T）までの期間をτ（T－t)、行使価格をK、T時点におけるポートフォリオ価格をS_Tとすると、

$$P_t = e^{-r\tau} E\,[\max(0, K - S_T)]$$

であり、$S_T \leqq K$となる確率がqとすると、

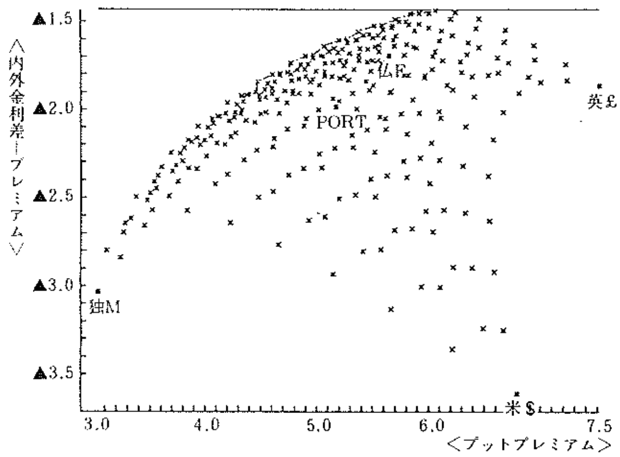
$$P_t = (1-q)\cdot(0) + e^{-r\tau}\cdot E[K - S_T \mid S_T < K]$$

となる。よってP_tの値はT時点において$S_T \leqq K$となるリスクの期待値を表すことにほかならない。ところで、投資を行った場合のダウンサイドリスクの期待値と言った場合、投資の開始時点におけるポートフォリオの価格をS_tとすると、それはS_T以下となるポートフォリオのリスクの期待値である。つまり、このリスクの期待値は$e^{-r\tau}\ E[S_t - S_T \mid S_T < S_t]$で表される。そしてこの値はK＝$S_t$で計算さ

れるプットオプションのプレミアムにほかならない。換言するなら、満期（評価）時点におけるポートフォリオのダウンサイドリスクの期待値は、K（行使価格）＝S_t（投資開始時点の価格）のプットプレミアムで計算される。

よって、外貨建資産に投資を行う場合、有効であるのは内外金利差がオプションプレミアム以上である場合、あるいはその組み合わせの場合である。また、多通貨の組み合わせによる内外金利差とオプションプレミアムの関係から、最適なものを選ぶためには、それらの差が最も大きくなるような配分が考えだされる。そこで、この多通貨分散による収益＝リスクの関係から外国通貨の最適組み合わせを示すならば、図－5に表されたような結果が得られる。

図－5　通貨配分の最適組み合わせと
オプションプレミアム



≪仮想PORTFOLIO（図のPORT）≫

内外金利差－プレミアム	米＄	独M	英£	仏F
－1.99	40.0	20.0	20.0	20.0

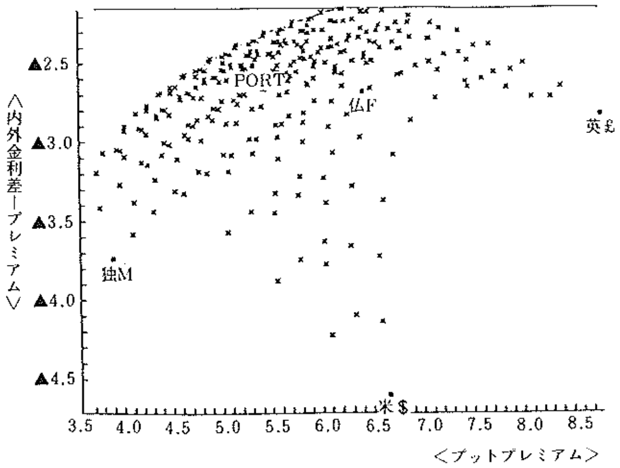
<効率的PORTFOLIO>

内外金利差－プレミアム	米＄	独M	英£	仏F
－1.45	.0	.0	30.0	70.0
－1.45	10.0	.0	40.0	50.0
－1.45	10.0	.0	30.0	60.0
－1.48	10.0	.0	50.0	40.0
－1.48	.0	.0	60.0	40.0
－1.48	10.0	.0	20.0	70.0
－1.50	.0	.0	20.0	80.0
－1.50	.0	10.0	40.0	50.0
－1.51	.0	10.0	50.0	40.0
－1.52	20.0	.0	30.0	50.0
－1.52	.0	10.0	30.0	60.0
－1.52	10.0	10.0	40.0	40.0
－1.52	10.0	10.0	30.0	50.0
－1.53	20.0	.0	20.0	60.0
－1.53	20.0	.0	40.0	40.0
－1.54	10.0	.0	60.0	30.0
－1.55	10.0	.0	10.0	80.0
－1.55	.0	.0	70.0	30.0
－1.55	10.0	10.0	50.0	30.0
－1.55	.0	10.0	60.0	30.0
－1.56	10.0	10.0	20.0	60.0
－1.57	.0	10.0	20.0	70.0
－1.58	20.0	.0	50.0	30.0
－1.58	20.0	.0	10.0	70.0
－1.58	.0	20.0	40.0	40.0
－1.58	.0	.0	10.0	90.0
－1.58	.0	20.0	40.0	40.0
－1.59	.0	20.0	50.0	30.0
－1.59	20.0	10.0	30.0	40.0

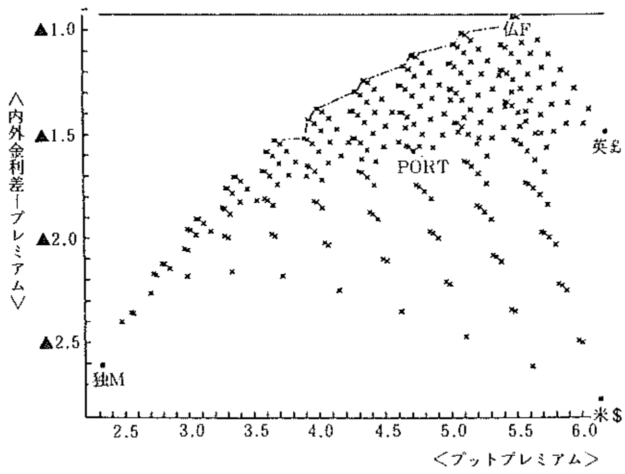
この分析の結果、最適な通貨配分のリスクの期待値は6.1％となり、またこの組み合わせによる内外金利差が4.6％であることから、この配分による投資の有効性を示す内外金利差－プットプレミアムの値は－1.4％とマイナスであることがわかる。

<図－6>

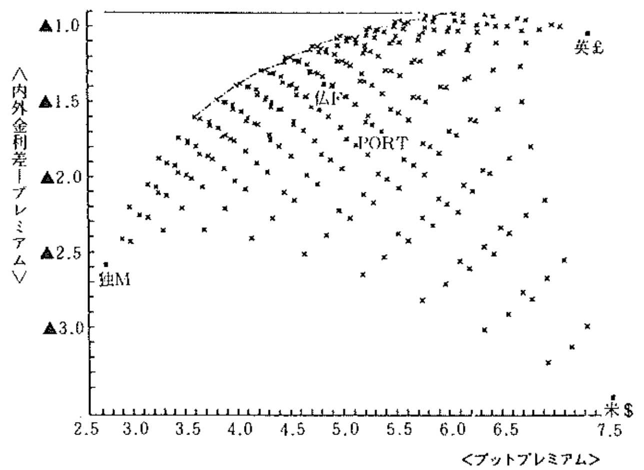
・61／1～61／12



・62／1～62／12



・63／1～63／12



ところで、こういった分析の問題の一つは、過去データに基づくリスク＝リターンの関係が将来にわたって安定的であるかどうかといったことである。つまり、時系列における描かれたリスク＝リターンの関係の安定性が問題となる。

そこで以下では3年間のデータを1年毎に区切って分析を行った場合のポートフォリオのリスク＝リターンの関係をみることにした。

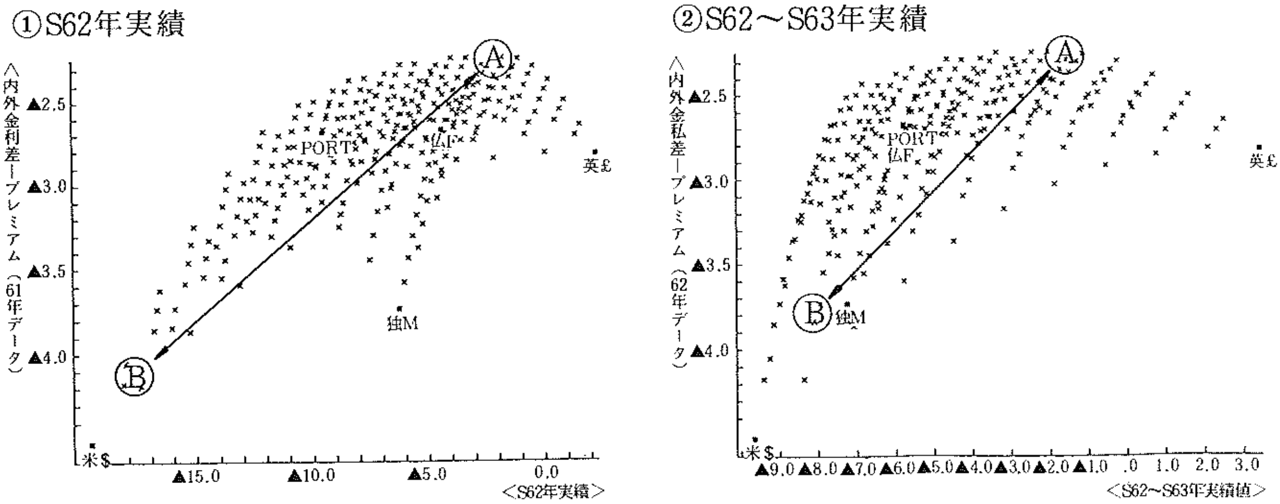
結果は図－6の通りであり、その形状は概ね安定的であった。

一方、この分析で次に問題となるのは（リスク＝リターンの安定性がきわめて高いのであれば問題はないが）、この分析が現実の投資の世界で活用できるものであるかどうかということである。そこで、図－7に過去の分析によって得られる種々組み合わせのリスク＝リターンが実際（将来）の収益率との関係でどのような位置付けにあるのかを示すこととした。なおここでは通貨配分最適化のための分析をS61年1～12月の期間のデータで行なうこととした。そして、この分析から得られる各通貨の組み合わせごとの内外金利差－プットプレミアムの値を縦軸に、また実際にその組み合わせで得られる収益率（対国内投資収益率）の実績値を横軸にとった。なお、その実績値としてここではS62年1～12月の1年間におけるもの（図－7－①）、S62年1月～63年12月の2年間におけるもの（図－7－②）の2種類の結果を示した。

分析の結果がある程度の信頼性をもつものであるとするなら、図にプロットされる点の集合の形状は、過去のデータからリスクの値（図の縦軸の値）が小さい（投資の有効性が高い）と評価されたものは、実際の収益率が高く、一方でリスクの値が大きい（投資の有効性が低い）と評価されたものは実際の収益率は低く表されるはずである。そして、この分布は（長期間の分析で）縦軸の値＝横軸の値の関係を満たす直線を中心としたものとなるはずである。

そこで図－７からすると、後者については短期間の分析のため結論をだしがたいものの、前者については図のAとBの関係から、概ね信頼性をもつものと判断し得る結果が得られた。

図－７　（過去データによる）内外金利差－プレミアムと実績収益率（対国内投資）



（金融研究部：石井　吉文）