

## (年金展望台)：個人投資家の資産配分～学術研究の現状と今後の展開

個人投資家の長期的資産配分(アセットアロケーション)問題の研究について、その歴史と現状を述べる。また余命の不確実性に関する応用研究について紹介する。

次のような内容をファイナンス理論のテキストブックで読んだことがあるだろう。

「株式ポートフォリオは、市場ポートフォリオこそが最適である。したがって、投資家は市場ポートフォリオと現金の組み合わせのみに着目し、要求リターンに応じてそのアロケーションを変化させれば良い」

これは Capital Asset Pricing Model (CAPM) の結論の一つである。非現実的な仮定の下で成立するものの、投信ビジネスの隆盛を考えると、この理論の輝きは損なわれていない。一方で、フィナンシャル・プランナーによる次のようなアドバイスを耳にしたことはないだろうか。

「若いうちはリスクをとれるので、株式投資額を増やしましょう」

こちらのアドバイスには大きく3つの疑問がある。第1は、そのアドバイスは経済学的に正しいか。第2は、株式投資を増やすということはCAPMの結論に従って市場ポートフォリオを買い増すという意味か、それとも株式ポートフォリオの組み替えを意味するのか。第3は、株式ポートフォリオに手を加えるとして、それはいったいどれくらいの量か?ということである。

実はファイナンス研究の分野では、これらの問題について相当数の研究成果がある。数えられるものではないが、感覚的には数千本の論文が刊行されている。それらの研究によると、研究者によって条件が異なるものの、第1に「アドバイスは正しい」、第2に「多くの場合、市場ポートフォリオからの組み替えは必要」である。そして最も重要な第3の具体的な数値については「簡単な状況下でないと分からない」としている。実務家にとっては、具体的な数値こそが肝心であるから、ファイナンス研究の現状は発展途上と感じるかもしれない。

それでは、なぜ大勢の研究者が精力的に進める研究分野であるにもかかわらず、実務的には有用な結果が得られないのであろうか。まずは、この分野の金字塔であるマートンの投資消費問題を考えてみよう。

### マートンの投資消費問題 (1969、1971) :

- ① 投資家はあらかじめ富を持つ。
- ② 投資家の目標は、消費から得られる効用を最大化すること。消費は現時点から最終時点の間に行われる。
- ③ 富は株式と預金に分けて投資できる。
- ④ 株価は不確実に変動し、ブラウン運動で記述される。

米国のノーベル経済学者であるロバート・マートンは個人投資家の半生を資産配分（アセットアロケーション）の観点からモデル化した（消費効用の最大化については、Vol. 130 を参照）。この問題を解くと、消費から得られる効用を最大化する資産配分の時系列が得られる。これこそ個人投資家の望むアドバイスである。

ただし、実際にこの問題の解を得るのは容易ではない。数理的にはデリバティブのプライシングよりも数段上の技術が必要である。これは、将来の株価が不確実であり、そのすべての状態について最適な資産配分を与えなくてはならないためである。さらに難しいことに、現時点における資産配分と消費行動は、将来の富に影響を与えてしまう。戦略の候補と不確実な株価の組み合わせについて、すべての可能性を試そうにも天文学的な数値になる。スーパーコンピュータを用いても生きている間に答えは出てこないかもしれない。

結局、この難問はダイナミック・プログラミング（DP）の原理を用いて解明された。DP の原理とは「最短経路の一部は、その部分だけで考えても最短経路である」という単純な原理をいう。ただし、この解法には問題点がある。解けるときには全てが明らかになるものの、解けないときは一部分すら分からないのである。徐々に山を登り最終的に頂上に至るような解法とはなっておらず、ベストではない解については、それがベストではないことしか分からない。よって2番目に良い解や近似解などは得られない。

マートンは個人投資家が持つ固有の設定をすべて単純化することで問題を解いた。得られた最適ポートフォリオはCAPMの結論に一致し、FPのアドバイスとは異なるものであった。ただし、個人の事情を加味すれば、FPのアドバイスがおおよそ正しくなることも示されている。

難解な問題が解けたとはいえ、実務的には個人が抱える個別の事情を現実的に加味した資産配分戦略が欲しいであろう。個別の事情とは例えば、収入があることや住宅を保有している等である。学会ではこれらの個人事情を一つ一つ独立して考慮することで、マートンの問題の拡張を進めている。特に、近年、マートンの投資消費問題に保険加入や年金加入の問題を加味する研究が盛んである。個人投資家には余命があるので本質的な拡張といえる。この問題では最適な資産配分に加え、最適な保険加入金額や年金保険の基本年額を得ることができる。また、昨今話題の老齢破産問題、すなわち予想以上に長生きしてしまい破産してしまうリスク等も扱うことができる。ただし、このように問題が複雑になると、実務が求めるレベルの答えを出すことが難しくなっているのも現状である。

個人投資家の長期アセットアロケーション問題は、デリバティブのプライシングよりも数段上の技術が必要であり、また、個人の事情を複数勘案すると、どんなに高速なスーパーコンピュータを用いても解くことが難しい問題になっている。著名な数学者も参戦して盛んに研究が進められているものの、実務の要請に応えるには、まだ相当な年月が必要であろう。

（北海道大学 大学院経済学研究科 鈴木 輝好）