

下方リスクを重視した年金資産配分

金融危機後の一つの流れ



金融研究部門 主任研究員 井出 真吾

side@nli-research.co.jp

1—はじめに

公的年金・私的年金に係わらず、日本の年金基金の多くは国内外の株式や債券、不動産などに投資しているが、その配分比率（基本ポートフォリオ）を決める際には現代ポートフォリオ理論（Modern Portfolio Theory=MP T）の考え方を取り入れていることが多いだろう。MP Tの柱の一つは平均分散モデルだが、実際の証券市場では平均分散モデルが前提とするいくつかの条件が成立していないため、これを用いて策定したポートフォリオは必ずしも効率的ではないと指摘されている。一方、平均分散モデルの問題点を改善した手法が提案され、実際に基本ポートフォリオ策定に導入した事例もある。

本稿は、年金資産に限らず広く実務で利用されている平均分散モデルや、最近その有用性が見直されつつある下方リスクモデルへの理解が深まり、より効率的な資産運用の実現に貢献することを目的とする。以下では、はじめに平均分散モデルの基本的な考え方をおさらいし、その課題を整理する。次いで下方リスクモデルの概要を説明した上で、それぞれのモデルで構築したポートフォリオに違いが生じる理由を考察する。最後に、下方リスクモデルが平均分散モデルの弱点を補うことを確認する。なお、実際の年金運用では年金債務も含めたALMアプローチが主流だが、本稿では簡単のため資産サイドだけを取り上げる。

2—平均分散モデルの考え方とその課題

1 | 平均分散モデルの考え方

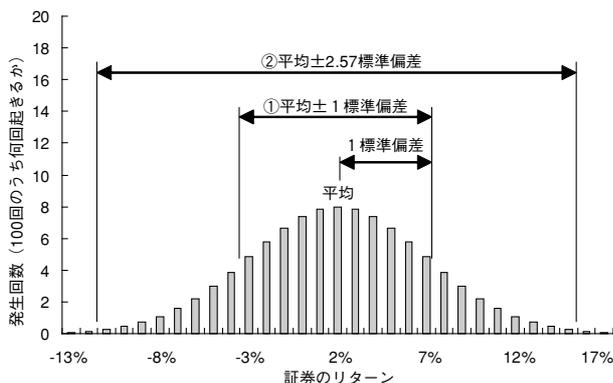
MP Tは1952年に米国のハリー・マーコヴィッツ（Harry Markowitz；1990年ノーベル経済学賞受賞）が発表した論文が始まりと言われる理論で、現在では広く実務に利用されている。その根幹をなす考え方は、『株式など個別証券のリターン（収益率）とリスクは、当該証券のリターンの平均と標準偏差で表すことができる』というものだ。この背景には、『証券のリターンは正規分布に従う』という前提を置いており、これを図示したものが〔図表－1〕だ。証券のリターンは平均値を中心にして上

下対称に分布すると仮定している。そして、リターンのばらつき具合は、約68%（月次リターンなら100ヶ月のうち68ヶ月）が平均からプラスマイナス1標準偏差以内に、同じく約99%（同99ヶ月）が平均から上下に標準偏差の2.57倍以内に収まると想定していることになる。[図表-1]の例では月次リターンの平均を2%、標準偏差を5%と置いているので、①“平均±1×標準偏差”に相当する-3%～7%の範囲にリターンが収まるのは100ヶ月中68ヶ月、②同様に、99ヶ月が“平均±2.57×標準偏差”に相当する-10.9%（=2%-2.57×5%）～14.9%（=2%+2.57×5%）の範囲に入ると想定していることを意味する。

そして、このような仮定の下にポートフォリオを決めるのがマーコヴィッツの提唱した平均分散モデルだ。個別の証券（たとえば株式の個別銘柄）は、それぞれに異なるリスクとリターンを持つので、これらを色々な比率で組み合わせたポートフォリオもそれぞれ異なるリスクとリターンになる。例えば、100万円の投資資金があって、これをA社とB社の株式に50万円ずつ投資する場合と、各々に70万円と30万円を投資する場合とでは、同じ100万円のポートフォリオでもリスクとリターンが異なる。2銘柄への配分比率を変化させるだけでも相当数の組み合わせが考えられるが、現実の株式市場には東証1部だけでも約1,700銘柄の株式が上場しており、更に債券やREITといった他の証券も含めれば、組み合わせうるポートフォリオは無数に存在する。

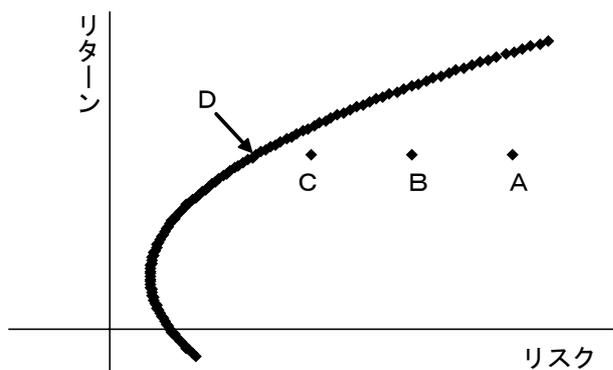
無数に考えられるポートフォリオの中からどれか一つを選ぶにはどうしたらよいのだろうか。普通の投資家は、リターンの等しいポートフォリオが複数あれば、それらの中でリスクが最も小さいポートフォリオを選ぶだろう。例えば、[図表-2]のポートフォリオA～Dは、リターンはどれも同じだがリスクが異なる。これらの中からどれか一つを選ぶとしたら、投資家としては最もリスクが小さいDを選択するのが最も合理的だと言える。このようにリターンが同じでリスクが最小（もしくはリスクが同じでリターンが最大）となるポートフォリオを“最適ポートフォリオ”と呼ぶ。そして、最適ポートフォリオの集合（[図表-2]の曲線）は効率的フロンティアと呼ばれ、投資家はリスク水準に応じて効率的フロンティア上のポートフォリオを選択するというのが平均分散モデルの基本的な考え方である。

[図表-1] 正規分布



(資料) ニッセイ基礎研究所作成

[図表-2] ポートフォリオ集合



(資料) ニッセイ基礎研究所作成

2 | 平均分散モデルへの疑問

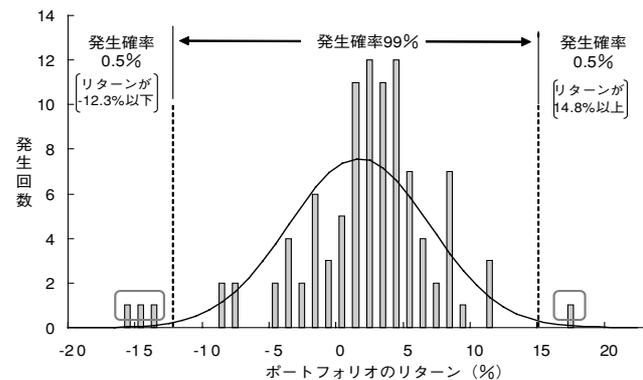
平均分散モデルは、数学的にシンプルで扱いやすいこともあって実務に広く浸透したが、一方で、“リターンが正規分布に従う”という大前提が実際には成り立っていないと指摘されるようになった。こういった指摘は20世紀からあり多くの研究成果が報告されているが、2007年に表面化したサブプライム問題に端を発し、2008年のリーマンショックに至った一連の金融危機がそれを決定付けたと言ってもよいかもしれない。

〔図表-3〕のヒストグラムは、国内外の株式と債券（計4資産）を25%ずつ均等に組み入れたポートフォリオについて、1986年4月から2011年3月における四半期ごとのリターンの分布を示したものである（25年間なので100四半期）。曲線はこのポートフォリオの四半期リターンの平均と標準偏差から求めた正規分布を示す。実際のリターン（ヒストグラム）を正規分布と比べると、平均値より少し高い領域のリターンの発生頻度が高い。もう一つ特徴的なのは、

テイルリスク（理論上は発生確率の低い事象が実際に起こるリスク）が大きいことだ。正規分布の性質に基づいて平均と標準偏差から求めると、14.8%以上の極端に高いリターンやマイナス12.3%以下の極端に低いリターンは、発生確率が1%（つまり100回に1回）であるはずの事象だが、実際には100四半期のうち4四半期あった。マーコヴィッツが平均分散モデルを提唱した20世紀の中頃は、誰もが証券のリターンは正規分布に従うと見做していたようだが、少なくともこの期間における国内外の株式と債券の等加重ポートフォリオの四半期リターンは正規分布に従っていなかったと言えよう。

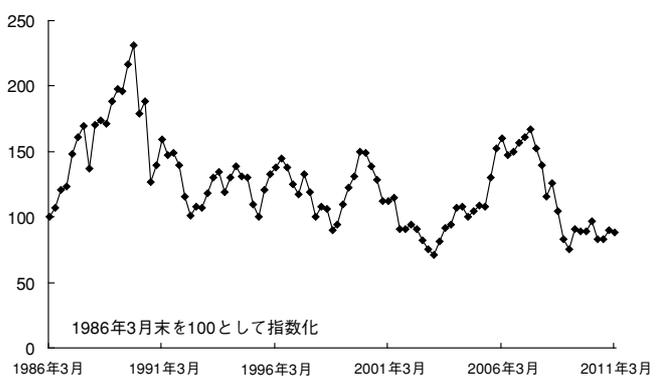
また、平均分散モデルでは資産間の相関係数は一定という前提を置いているが、この点も現実の証券市場に合致しないと多くの指摘がなされている。そもそも、証券のリターンが正規分布に従うと考えるのは、証券のリターンは時間に関係なくランダムに発生するという考え方が背景にあるが、この考え方には無理がある。国内株式（東証株価指数＝TOPIX）の推移を示した〔図表-4〕からも分かるように、株価はある程度の期間上昇または下落し続ける傾向が見られる。つまり、株価のリターンはランダムに発生するのではなく、前の期間のリターンと関連性があるようだ。このように、ある期間のリターンがその前後のリターンと（正または負の）相関を持つことを系列相関という。

〔図表-3〕 四半期リターンの分布



（資料）ニッセイ基礎研究所作成

〔図表-4〕 日本の株価推移

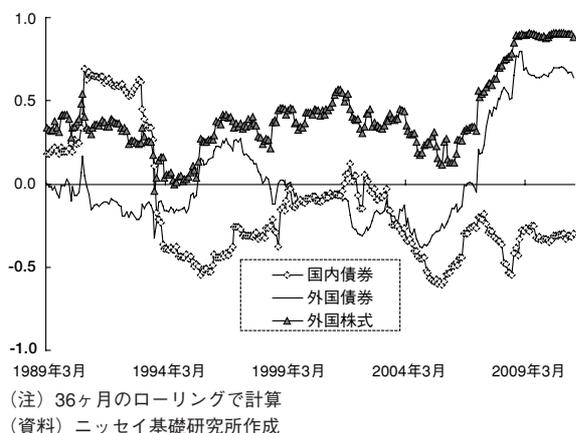


（資料）ニッセイ基礎研究所作成

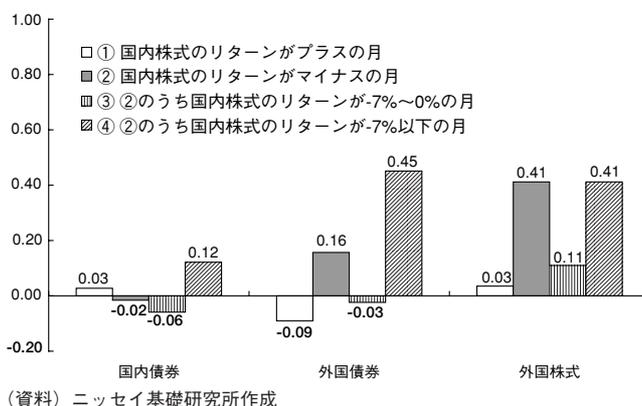
系列相関が存在すると相関係数も時間と共に変化する。[図表-5]に国内株式(TOPIX)と他資産の相関係数の推移を示す。TOPIXと外国株式との相関係数は0~0.9程度の範囲で大きく変化しているし、国内債券や外国債券との相関係数はプラスとマイナスを行き来している。資産間の相関係数が一定ではなく時間とともに変化することは明らかと言えよう。

また、[図表-6]は国内株式(TOPIX)の騰落別に各資産との相関係数を測定したもののだが、国内株式が上昇した月と下落した月では相関係数が異なる。特徴的なのは、国内株式がマイナス7%以下と大幅に下落した月、すなわち市場混乱期には外国債券や外国株式との相関が高くなる点だ。元々、国内外の株式や債券など異なる証券に投資するのは、リスクの分散効果を期待しているためだ。資産間の相関が低いほど分散の効果は大きくなるが、最も分散が効いて欲しい局面で相関が高まり、むしろ分散効果が薄れてしまった様子が窺える。ちなみに、ブラックマンデー(1987年)、平成のバブル崩壊(1990年)、三洋証券・北海道拓殖銀行・山一証券の破綻(1997年)、ITバブル崩壊(2000年)、リーマンショック(2008年)は、いずれも[図表-6]の④(国内株式のリターンがマイナス7%以下の月)に含まれる。このように平均分散モデルの前提は実際の市場と必ずしも合致していない。

[図表-5] 日本株との相関係数



[図表-6] 市場局面別の相関係数(対国内株式)



3 | 下方リスクへの意識の高まり

次に、年金資産の運用において「何をリスクと見做すか」という観点から述べる。標準偏差をリスクの尺度とする平均分散モデルでは、リターンのブレをリスクと認識する。即ち、下方にブレた場合はもちろん、上方にブレた場合(想定より儲かった場合)もリスクとして捉える。本来、資産運用では想定していた水準よりも高いリターンを得ることは歓迎されるはずだが、平均分散モデルでは「上にブレるということは下にもブレ得る」と考える。この考え方はリターンの対称性を前提としていることに他ならないが、[図表-3]で見たように、実際のリターンは平均を中心として上下に対称に分布しているわけではないし、そもそも年金運用において上ブレが問題になるとは考え難い。問題になるのはリターンが下ブレすること、それも年金資産が大きく毀損するほどの急激かつ大幅な下落(テイルリスク)であろう。損失の大きさによっては、年金制度の存続が危ぶまれるにとどまらず、企業年金の場合は母体企業の財務にも悪影響を及ぼしかねないからだ。リーマンショックを経験した投資家が下ブレするリスクをより重視するのは自然な流れだが、上下両方向のブレをリスクと捉える平均分散モデルは、このような投資家のニーズに応え切れていない。

この問題意識に対して一つの解決策を提供するのが下方リスクモデルである。下方リスクモデルは、平均分散モデルと違って上ブレはリスクと見做さず、損失の大きさをリスクと認識するので実感に合いやすい。次章では下方リスクモデルを用いて最適ポートフォリオを求め、平均分散モデルによる最適ポートフォリオとの相違を検証する。

3—下方リスクモデルによる検証

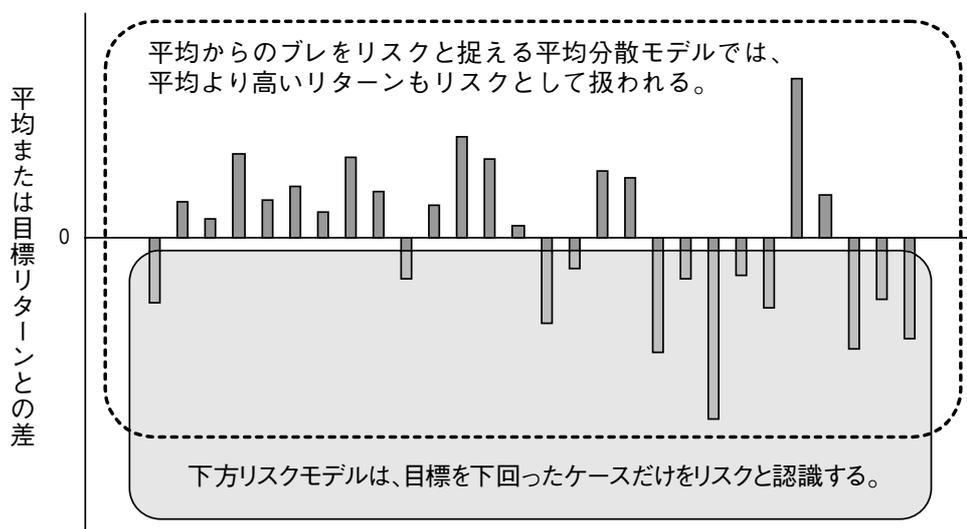
1 | 下方リスクモデル

下方リスクモデルは、平均半分散モデルや平均オープンL偏差モデルなど複数提案されているが、本稿では、下方リスクの尺度に下方部分積率 (Lower Partial Moments=LPM) を用いた代表的なモデルを紹介する。LPMは(1)式で定義される。この式で最も重要となるのは θ で、ポートフォリオの目標リターンを意味する。平均分散モデルが上下両方のブレをリスクと捉えるのに対し、下方リスクモデルは実際のリターンが目標リターン(θ)を下回った場合だけをリスクと見做し(図表-7)、そのリスクが最小となるポートフォリオを求めるモデルである。

θ の設定方法はいろいろと考えられる。例えば θ をゼロにすれば単純にポートフォリオのリターンがマイナスになることをリスクと認識することになる。年金運用の場合は予定利率と同じ値を設定したり、他にもt時点の短期金利や国債の利回りとする方法もあろう。インフレ率やGDP成長率を考慮することも考えられる(θ は固定値である必要はなく、時間と共に変化する値でもよい)。年金債務を考慮するALMアプローチの場合は、t時点における年金債務の増加分を θ に設定することが基本となろう。この場合は年金資産の増加額が年金債務の増加額を下回ること(即ち運用による積立比率の悪化)をリスクと認識することになる。従って、例えば金利上昇により国内債券の価値が低下して年金資産全体の価値が減っても、(一般に国内債券よりもデュレーションの長い)年金債務の方がより大きく減少すれば、この場合はリスクと見做さない。

$$LPM_K(\theta) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [\max(\theta - r_t, 0)]^k \quad (1)$$

[図表-7] リスク概念の違い



(資料) ニッセイ基礎研究所作成

2 | データおよび分析方法

ここでは、平均分散モデルと下方リスクモデルで最適ポートフォリオを試算し、両者の違いを確認する。分析に用いたデータは、国内債券は野村BPI総合、国内株式はTOPIX配当込み、外国債券はCiti WGBI（日本除き）、外国株式はMSCI-kokusaiの月次リターンで、期間は2001年4月から2011年3月までの10年間である（いずれもイボットソン・アソシエイツ・ジャパン提供）。なお、各資産のリターンはいずれも円の短期金利を控除したリスクプレミアムベースで扱っており、以下でいうリターンは全てリスクプレミアムを意味する。

各資産の期待リターンは企業年金連合会の適用値などを参考に決め、平均分散モデルに必要なリスクおよび相関係数は上記期間の実測値とした。これらのパラメータを[図表-8]に記載する。その上で現在の企業年金の典型的な資産配分として[図表-9]の構成比を想定し、このポートフォリオの期待リターンである3.05%を目標リターンとして設定した。この目標リターンを所与の条件とした上で、平均分散モデルおよび下方リスクモデルの各々でリスクが最小となる最適ポートフォリオを求める。

平均分散モデルでは、[図表-8]の期待リターン、リスクおよび相関係数を用いるほか、制約条件としては、各資産の構成比はそれぞれ0%~100%の範囲内とし、かつ4資産の合計が100%に等しくなることとする（空売りもレバレッジも許容しない）。

下方リスクモデルでは、非対称なりターン分布を扱うことができ、更に系列相関も考慮できるよう移動ブロック・ブートストラップ法を用いた。ブートストラップ法とは、過去（月次や四半期）における各資産の実測リターンの組み合わせから、重複を許して無作為にリターンを発生させてシミュレーションを行う。リサンプリング法の一つで、正規分布など特定の分布を仮定することが疑わしい場合に有効な手法である。また、移動ブロック法というのは、リターンの系列相関をシミュレーションに反映させるために、一定の期間をまとめて1つのブロックとし、ブロックごとに乱数でリターンを発生させる方法である。

本稿で採用した移動ブロック・ブートストラップ法はこの両方を取り入れた手法である（[図表-10]）。具体的には、2001年4月から2011年3月までの各資産の120個の月次リターン・データを、重複を許した30ヶ月（2年半）ごとの91個のブロックにまとめた。さらに91個のブロックの中から2つのブロックをランダムに選んだ投資期間60ヶ月（5年）のリターン・データを2,000個作成した。なお、ブロックのリターンについては、各資産の平均リターンが[図表-8]の期待リターンと一致するように調整した。その上で、2,000ケースのうちポートフォリオのリターンが目標リターン以下となったケースについて目標リターンからの下方分散を求め、その合計値を下方リスクの指標とした。その他、各資産の構成比等に関する制約条件は平均分散モデルと同じである。なお、ここで投資期間を5年に設定

[図表-8] 平均分散モデルに用いたパラメータ

	国内債券	国内株式	外国債券	外国株式
a) 期待リターン	1.50	5.00	2.50	5.00
b) リスク	2.01	18.14	9.96	20.46
a ÷ b	0.75	0.28	0.25	0.24

相関係数

	国内債券	国内株式	外国債券	外国株式
国内債券	1.00	-0.31	0.06	-0.16
国内株式	-0.31	1.00	0.33	0.69
外国債券	0.06	0.33	1.00	0.53
外国株式	-0.16	0.69	0.53	1.00

(資料) ニッセイ基礎研究所作成

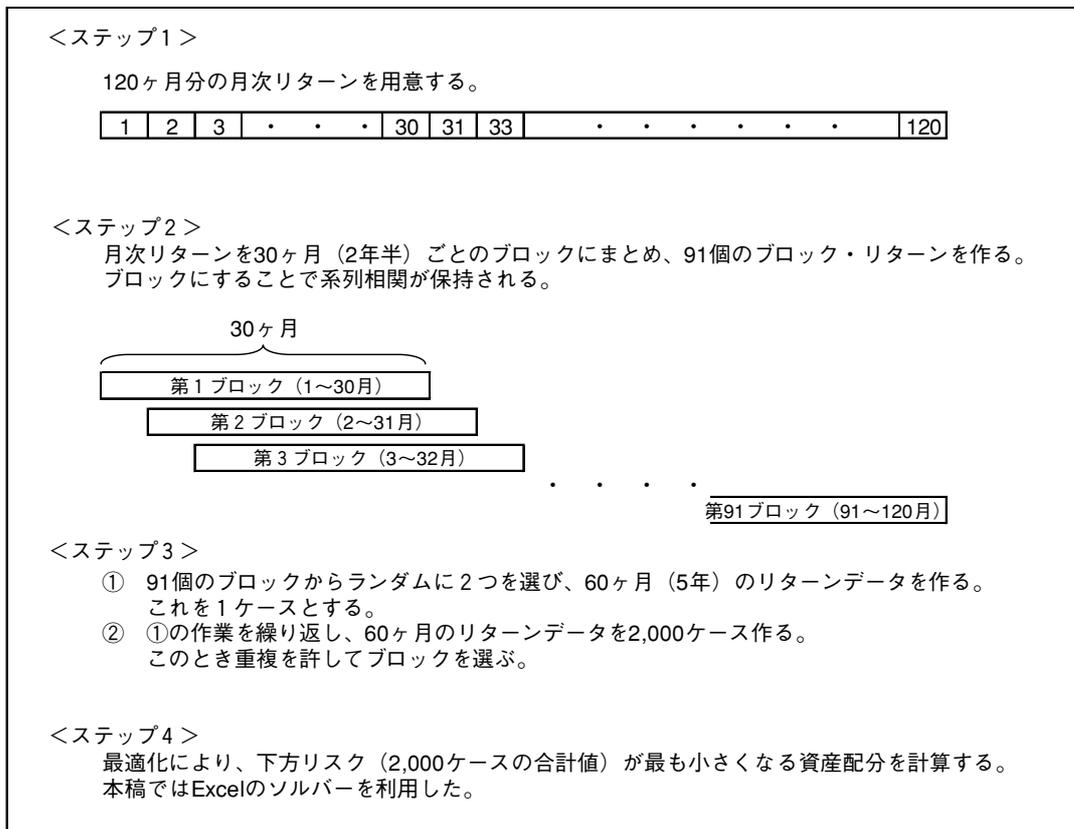
[図表-9] 典型的な資産配分

国内債券	45%
国内株式	20%
外国債券	15%
外国株式	20%

(資料) 企業年金連合会の資料などを基にニッセイ基礎研究所作成

した理由は、年金の基本ポートフォリオを見直す間隔が一般的に5年程度とされているためである。

〔図表-10〕 移動ブロック・ブートストラップ法の手順



（資料）ニッセイ基礎研究所

3 | 検証結果と解釈

前述の方法により平均分散モデルと下方リスクモデルで求めた最適ポートフォリオは〔図表-11〕のとおりである。平均分散モデルによるポートフォリオAは、企業年金の典型的な資産配分よりも国内債券と国内株式への投資が多く、外国債券と外国株式への投資が少ない結果となった。一方、下方リスクモデルによるポートフォリオBでは、国内債券が過半を占める点はAと同じだが、残りの殆どを外国株式に振り向けている。

〔図表-11〕 最適ポートフォリオ

	(A) 平均分散モデル		(B) 下方リスクモデル	
国内債券	53.5%	(8.5%)	55.7%	(10.7%)
国内株式	31.7%	(11.7%)	1.2%	(-18.8%)
外国債券	3.1%	(-11.9%)	0.0%	(-15.0%)
外国株式	11.7%	(-8.3%)	43.1%	(23.1%)

（注）カッコ内は企業年金の典型的な資産配分との差
（資料）ニッセイ基礎研究所作成

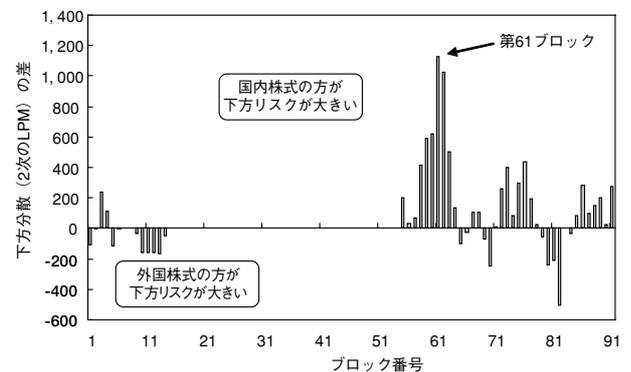
AとBの構成比を比べると、両者ともリスク（標準偏差および下方リスク）の小さい国内債券を中核に据えるものの、国内債券だけでは目標リターン（3.05%）に届かないため、株式への投資が必要となる。最大の特徴は、Aでは外国株式よりも国内株式への投資が多いが、Bでは国内株式への投資を1.2%まで減らし、株式のほぼ全額を外国株式に投資している点である。

以下ではポートフォリオAとBにこのような違いが生じた理由を考察する。まず、平均分散モデルで国内株式への配分が多くなった理由を調べる。平均分散モデルで用いた各資産の期待リターンとリスク（[図表-8]）を確認すると、期待リターンは国内株式、外国株式とも同じ5%だが、リスクは外国株式の20.46%よりも国内株式の方が18.14%と低い。従って単位リスクあたりの期待リターン（シャープレシオ=期待リターン÷リスクで求める）は、外国株式の0.24に対して国内株式が0.28と優位になる。この結果、最適ポートフォリオは国内株式への配分が多くなる（実際には相関係数も考慮される）。

次に、下方リスクモデルで国内株式がネガティブに評価された理由を検討するために、国内株式と外国株式が下方リスクに及ぼす影響を見つめる。月次リターンから作った91個のブロックについて、国内株式と外国株式の下方リスクを測定する（目標リターンは先ほどと同じ3.05%）。そして、各ブロックにおける両者の下方リスクを比較すると、第58ブロック以降で国内株式の方が外国株式よりも下方リスクが大きく、特に第61ブロックで国内株式が最もネガティブに評価されている（[図表-12]）。

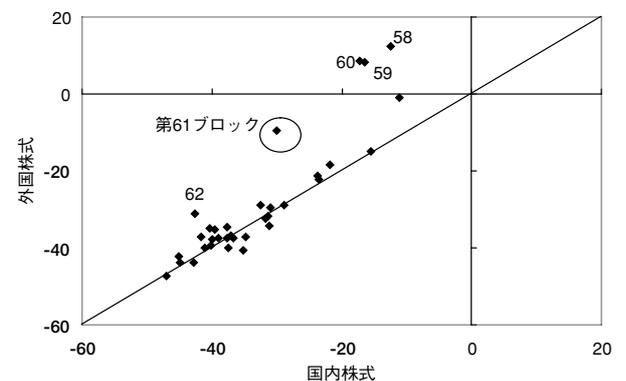
そこで、第58～第91ブロックについて国内株式と外国株式のリターンをプロットすると（[図表-13]）、殆どのブロックで両者のリターンは同じような水準だが、リターンが大きく異なるブロックがいくつかある。例えば、下方リスクの差が最も大きい第61ブロックでは、国内株式がマイナス29.9%、外国株式がマイナス9.4%である。どちらも目標リターンの3.05%を下回る所以で下方リスクとして認識されるが、国内株式の方がリターンが低いため、より下方リスクが大きいとモデルでは評価された。

【図表-12】 国内株式と外国株式の下方リスクの差



(資料) ニッセイ基礎研究所作成

【図表-13】 内外株式のブロック・リターン



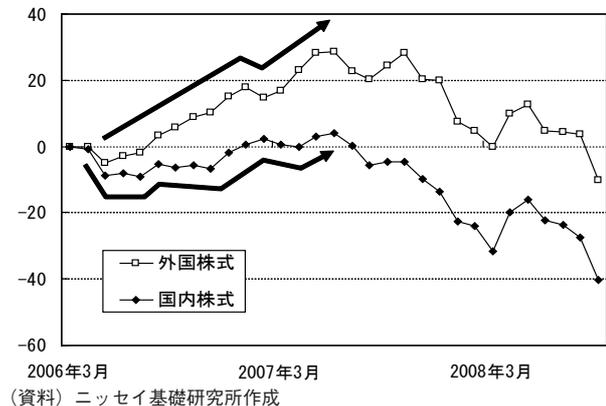
(資料) ニッセイ基礎研究所作成

そもそも国内株式と外国株式の期待リターンはどちらも5%で等しく、更に91個のブロック・リターンの平均が期待リターンに等しくなるように水準調整してあるので、91個のブロックの平均で見れば国内株式と外国株式のリターンに優劣はない。ところが、第61ブロックのように外国株式と比べて国内株式が大きく劣位となる時期があり、下方リスクモデルではこの時期は国内株式の下方リスクが大きいと認識する。本稿で紹介した下方リスクモデルが多期間モデルであるのに対して、1期間モデルである平均分散モデルでは、市場局面による資産間の優劣の変化を反映することができない。

このように平均分散モデルと下方リスクモデルでは何をリスクと認識するか、即ちリスクの尺度が異なることに加えて、モデルが想定する期間の数も異なる。そのため、たとえ各資産の期待リターンを同じに設定しても、最適な資産構成比は自ずと違うものになる。

では、第61ブロックで国内株式と外国株式の下方リスクの差が最大となった原因を調べる。第61ブロックは2006年3月～2008年9月に相当するので、パリバ・ショック（2007年8月）やリーマンショック（2008年9月）が起きた時期を含む。しかし、この期間における国内株式と外国株式の収益率を月次で累積した [図表-14] から、両者の収益率に格差が生じたのはむしろ金融危機が起きる2007年よりも前の株価上昇局面にあったことが分かる。

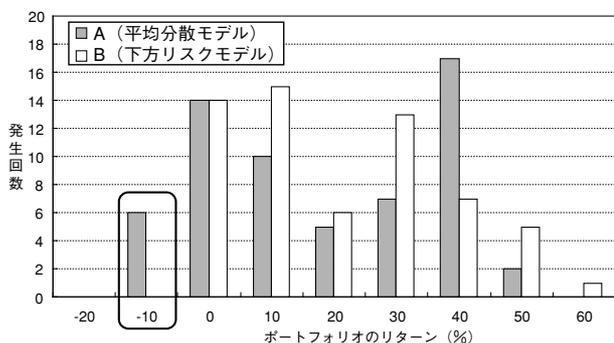
[図表-14] 第61ブロックの累積収益率



この期間、国内株式が騰落を繰り返しながら僅かな上昇にとどまったのに対して、外国株式は1年以上に亘ってほぼ一貫して上昇を続けた。その後の金融危機における下落幅は内外株式で大差は見られない。つまり、第61ブロックで外国株式のリターンが優位となったのは、外国株式のリターンに正の系列相関があったことが主な理由と考えられる。移動ブロック・ブートストラップ法を用いた下方リスクモデルと違って、平均分散モデルではこの系列相関を認識することはできない。

最後に、両ポートフォリオのリターンの分布を確認しておく。[図表-15] は2001年4月から2011年3月まで各々のポートフォリオで運用したと仮定した場合の5年間のリターンの分布を示している（取引コストは考慮せず）。資産配分が異なるため、当然ながらリターンの分布も異なるが、最大の特徴として、平均分散モデルによるポートフォリオAではマイナス10%を超える大きな損失が6回起きたのに対し、下方リスクモデルを用いたポートフォリオBではそのような大きな損失が1回も発生しておらず、下方リスクを抑制できていることが確認できる。

[図表-15] 両ポートフォリオのリターンの分布



4—まとめ

本稿では、現代ポートフォリオ理論（MPT）の中核的存在とも言え、年金運用の実務で広く応用されている平均分散モデルの基本的な考え方とその問題点を整理した。そして、平均分散モデルが抱える課題に対する一つの改善策として、近年その有用性が見直されつつある下方リスクモデルを紹介し、数値実験によって両モデルで求めた最適ポートフォリオの相違点を検証した。その結果、平均分散モデルを用いた場合と下方リスクモデルを用いた場合とでは、リスク尺度の違いから最適なポートフォリオの資産構成が大きく異なり、下方リスクモデルによるポートフォリオでは極端なマイナスのリターンが抑制された。その背景には、平均分散法では捉えることが出来ないリターンの系列相関を、下方リスクモデルが認識している可能性が示唆された。

本稿で取り上げた移動ブロック・ブートストラップ法によりLPMを最小化する方法は下方リスクモデルの一つに過ぎず、他にもいろいろなモデルが提唱されている。また、下方リスクモデルは平均分散モデルの弱点を補うものではあるが、無論、平均分散モデルを否定したり、平均分散モデルよりも優れていると一概に言えるものではない。市場が落ち着いている平常時は平均分散モデルが有効に機能するという指摘があるばかりでなく、シンプルで慣れ親しんだ方法をベースとした考え方には時間やコストを節約するというメリットもある。一方で、金融危機を経験し年金資産の運用において下方リスクに注意を払うことの重要性の認識が高まっている。特に、市場混乱期の急激な資産価値下落やリターンの系列相関に留意する必要がある。これからの年金運用においては、正規分布を前提とした平均分散法だけでなく、本稿で紹介した移動ブロック・ブートストラップ法のような経験分布を用いた手法をリスクチェックとして併用することが肝要であろう。なお、本稿では簡単のため国内外の株式と債券のみを扱ったが、年金ALMの観点からは年金債務を考慮することはもちろん、不動産やヘッジファンドといった他の投資対象資産や為替も含めて検討することが必要となる。また、念のため申し上げておくと、本稿はモデルの特性や相違を検証することが主旨であり、[図表-11]に示した資産配分を推奨する意図はない。

<参考文献>

- ・臼杵政治「いま、基本ポートフォリオ（政策アセットミックス）を考える」、証券アナリストジャーナル、2009年9月号
- ・企業年金連合会「政策アセットミックスの見直しについて」、2010年8月
- ・竹原均「下方リスク・モデルの概要と実用上の諸問題」、証券アナリストジャーナル、1994年2月号
- ・竹原均「ダウンサイドリスクフレームワークでのマネージャー構造最適化」、Journal of the Operations Research Society of Japan Vol.45, No.4, December 2002
- ・竹原均「ダウンサイドリスクモデル再考」、証券アナリストジャーナル、2008年11・12月号
- ・山口勝業・小松原幸明「年金運用におけるダウンサイド・リスク最小化のための最適アセット・アロケーション」、オペレーションズ・リサーチ、2005年10月号