

投資の価値評価における心理的リスク・プレミアム

金融研究部門 主任研究員 石井吉文

ishii@nli-research.co.jp

<要旨>

1. 本研究は証券価格、特にワラントの市場価格の理論値からの歪みの一因を投資家の効用に求め、逆に、市場価格の歪みの大きさから投資家の効用関数を推計しようとする一つの試みである。
2. そもそも実際の証券市場における価格は、将来の期待リターン、リスクの程度に基づいて、人々の主観的な判断によって決定されるものである。ところで、リスクに対して中立的な（回避的でも選好的でもない）投資家がいた場合、そこでの評価は将来の期待リターンのみに基づいたものとなる。よって市場がすべてリスク中立な投資家で構成される場合、リスクの程度にかかわらず、期待リターンのより高い投資対象に投資が集中し、低リターンのものが淘汰される結果、世の中の全ての投資対象の期待リターンは等しく無リスク金利と同一ということになる。
3. 派生証券（デリバティブ）等の価値評価を行う場合、こういったリスク中立な投資家を前提とするのが一般的である。デリバティブの一つであるオプション、ワラント価格の評価方法で有名なブラック&ショールズ式 (Black&Scholes, 1972: 以下ではB・S式とする) は、まさに、将来のペイオフ（損益曲線）に基づくリターンの期待値を現在の派生証券の理論価格とするものである。
4. しかしながら、一般に人々は同じリターンであればリスクの小さいものをより好み、リスク回避的であることが知られている。リスク回避的な投資家ほどリスクの高いものに対して求めるリターンも高くなり、無リスク資産のリターンとの差が、いわゆるリスクプレミアムである。そして、現実リスクのある投資対象の市場価格はこういったリスクプレミアムが反映されて決定されている。
5. 本研究は、投資対象の将来の期待リターンに基づいた理論価格（リスクの反映されない価格）と、リスク回避的な投資家がもたらす現実の価格（リスクの反映された価格）との差に注目するものである。特にワラントのように将来のペイオフが満期時点における原資産の価格に対して左右対称でない場合、その理論価格と現実の価格の差は、市場関係者の間でよく知られている、ある特徴をもった曲線（ボラティリティスマイル）で表される。
6. 本研究で、リスクプレミアムを議論するにあたり、投資対象として、ワラントを取り上げた。リスク回避的な投資家の影響によるワラント価格形成について確認し、そこで見出される実勢価格の理論値からの歪みについて検証した結果をもとに、投

資家のインプライド効用関数を推計することとした。

7. 本研究の結果、心理学者である Tversky&Thalar の推計していたものと極めて近い形状が描き出された。つまり、単なる心理学の研究成果が金融分析にも応用可能であることの一つの検証という目的も達することができたのではないかと考える。

<目 次>

1. はじめに	35
2. 先行研究 (Benalzi&Thalar の概要)	36
2.1. プロスペクト理論と損失回避性	37
2.2. エクイティ・プレミアムに対する近視眼的傾向とその大きさ	38
3. 投資ホライズンに関する一考察 (認知価格変動リスクの将来時間との関係)	39
3.1. 株価変動イメージグラフ (アンケート1) から読む人々のリスク認知特性	39
3.2. 株価の高値/安値予想アンケート (アンケート2) から読む人々のリスク認知特性	41
3.2.1. 心理的投資期間=1年”の妥当性について	43
4. 派生証券価格と投資家効用	43
4.1. プロスペクト効用関数とワラントの期待効用	45
4.2. ワラント投資における将来の期待収益と期待効用	47
4.2.1. 一般的な効用関数におけるバイアス	47
4.3. ワラント価格の実際	50
4.3.1. ワラントの市場価格と理論価格からの乖離	51
4.3.2. ワラント価格から検証するプロスペクト価値関数の市場適合性	53
4.3.3. 転換社債 (オプション部分) の市場価格と理論価格からの乖離	54
4.3.4. 転換社債価格 (オプション部分) から検証するプロスペクト価値関数の市場適合性	57
5. 派生証券価格から推計される投資家効用関数	58
5.1. ワラントの価格の歪みから推計される投資家の効用関数	58
5.1.1. 効用関数の仮定 (プロスペクト理論)	58
5.1.2. 効用関数の推計結果と考察	59
6. おわりに	60
7. 【付録1】プロスペクト期待価値 (期待効用) で表される投資家心理 (例)	61
7.1. 過度のリスク回避性	61
7.2. フレーミング効果	62
8. 【付録2】プロスペクト価値関数の妥当性についての追加検証	63
8.1. ワラント実勢価格からの検証	63
8.2. 転換社債の実勢価格 (オプション部分) からの検証	64

1. はじめに

本研究は、主観的な、投資価値評価および、それに伴うリスクプレミアムについて考察を行うものである。現状、証券等、主な投資価値評価においては、“効率市場仮説”、“合理的期待仮説”等を前提として推計が行われている。そこでは人々の意思決定が合理的であることが前提とされるが、その合理性について、この半世紀ほどの間、多くの疑問が投げかけられてきた。特にファイナンスの理論が発達し、一般に普及した今日、その問題が取り上げられることが多くなってきた。その結果として人々の主観、意思決定における認知特性を取り入れた“行動経済学（あるいは行動ファイナンス）”が注目されるところとなっている。

本研究はこういった観点から、証券投資、主にリスクプレミアムに焦点をあて、証券価格評価を行うに際して、心理的要因を考慮しようとするものである。

リスクプレミアムについては、これまで株式を中心に様々な議論がなされてきた。特にその水準について、長期的に高い値が継続してきたことが主に米国を中心に議論されてきた。たとえば、Siegel(1991)、MaCurdy&Shoven(1992)では1870年以降の米国株式リターンが債券リターンに比べ安定的に高かった事実をとりあげ、報告している。その他、特にここで紹介するまでもなく、これまで多く、過去におけるリスクプレミアムの分析・検証が行われ、それをもたらす背景について、様々な検証・議論が行われてきた。

こういったなか、Mehra&Prescott(1988)、Reitz(1988)、Benartzi&Thaler(1995)等は、リスクプレミアムの推計を投資家の効用といった観点から試みている。特にBenartzi&Thalerは、効用関数としてプロスペクト理論を適用することで、現実との適合度の高い推計結果を導き出している。具体的にはリスク資産の期待効用（価値）と安全資産の期待効用（価値）を比較し、前者が後者を上回る度合いをリスクプレミアムと関連づけ、そこから投資家のリスク資産への投資の意思決定についての議論が行われている。

彼らの貢献は、リスクプレミアム推計方法として、証券分析の世界に心理学的な手法（記述的な効用モデル⁽¹⁾）を取り入れたことである。つまり、投資評価において、より人々の感覚に合う方法を試みたことにある。

この、Benartzi&Thalerのリスクプレミアム推計において重要な位置付けを占めているのが、プロスペクト理論（Kahneman&Tversky, 1979）である。伝統的なミクロ経済学では人々

⁽¹⁾ ◇規範モデルと記述モデル

社会科学の大きな目的のひとつは人々の行動の共通特性、法則性を見出すことにある。たとえば収入が増えるほど人々の喜びの増加の程度が逡減していくというのもそのひとつであろう。そしてこのようにある特性を客観的に表現したものがモデルである。ところで、人々の意思決定の様子を記述するモデルとして大きく“規範モデル”と“記述モデル”の2つに大別することができる。“規範モデル”とは人々がどのように行動すべきか、たとえば合理的意思決定をする場合の理想的な行動は、いかなるものかをモデル化したもので現実の意思決定がどうかについては注目しない。それに対し“記述モデル”とは、人々が現実においてどのような意思決定を行うのか、モデルで表現される人々の行動特性、意思決定特性が現実とあっているか、に注目し作成されるものである。

つまり規範モデルは必ずしも現実への適合性が問題とされない一方で記述モデルはその適合性が重要とされるものである。

の効用を表すのに何らかの効用関数を仮定するが、プロスペクト理論がそれらと大きく異なる点は、収益と損失との分岐点である“参照基準点 (reference point)”をもうけ、それとの比較で効用について議論を行うところにある。効用関数が参照基準点より上の領域（利益の領域）では従来型の理論同様凹型、いわゆる人々のリスク回避性を示す一方、参照基準点の下の領域（損失の領域）では凸型、いわゆる人々のリスク追求性を仮定するところにこの理論の大きな特長がある。

古典的効用理論では人々がリスクに対して回避的か選好的か、あらゆる状況において一貫しているとの立場をとる。たとえばリスク回避的な人はどのような状況に置かれようと常にリスク回避的であると仮定し、その下で理論を展開しているのに対し、プロスペクト理論では状況によって人々がリスク選好的にもリスク回避的にもなることに注目した。

記述モデルであることに、この理論の強みがある。なお、初期の研究、Kahneman&Tversky (1979)ではあくまで関数形のイメージが提示されるにとどまっていたが、その後、Kahneman&Tversky (1992)で具体的価値関数のパラメータの推計が行われた。そのことによりリスクプレミアムの推計等の応用が可能になった。

一方、プロスペクト理論を資産価値評価に活用しようとした場合の問題は、そもそもこの理論が心理学のアンケート調査をもとに推計したものにすぎないということにある。よってリスクプレミアム推計にあたっては、この関数が投資家の効用を正しく表すものかどうか検証する必要がある。本研究ではプロスペクト理論型の効用関数を扱うが、そのパラメータ推計を証券市場価格データで行うことを試みるものである。

2. 先行研究 (Benalzi & Thalar の概要)

米国において、1920年代以降、年あたり実質株式リターンは約7%であった。一方、財務省証券 (T-bill) のリターンは1%に満たないものであった。つまりこの間、株式のリスク・プレミアムは6%程度あったことになる。Mehra&Prescott (1985)によれば、この高リスクプレミアムは、投資家のリスク回避性だけで説明が困難としている。Mehra と Prescott はヒストリカルなエクイティ・プレミアムを説明するのにファイナンスの教科書で一般に用いられる、相対リスク回避係数が30を超えなければならないと推計した。理論上、その数値は1.0に近いものでなければならないから、現実には、大きくその値がかけはなれているということになる。以上のような議論は、その後も多く行われるようになった。そして、「なぜ現実のエクイティ・プレミアムがそれほど大きいのか」、あるいは、「なぜ誰もが債券を持たたがるのか」という疑問について、様々な分析が試みられてきた。

Benalzi&Thalar (1995) は、それに対する答えを出すことを目的としたものである。

ここで彼らの注目した、第一の概念は“損失回避性”であった。“損失回避性”は個々人が富の増加より減少により敏感であるとの傾向を示すものである。この概念はKahneman&Tversky (1979)で

議論が行われ、そこでは、不確実性下の意思決定の記述理論であるプロスペクト理論が中心的役割を担うものであった。このモデルの中で用いられる効用は、標準的な期待効用理論の“富のレベルに対するもの”と異なり、ある中立的な参照点（たとえば現状）に対する“益か損か”で評価されるものである。この効用関数は大きな特徴として、屈曲点を持ち、損失関数の傾きは益関数の傾きより大きい、そして、それら傾きの比が損失回避の尺度となるものであった。

2.1. プロスペクト理論と損失回避性

Kahneman&Tversky(1979, 1992)のプロスペクト理論では、効用関数が富の水準ではなく、収益と損失によって定義されるものである。具体的に、彼らは、収益、損失に対して以下の価値関数を提示している。

$$u(x) = \begin{cases} x^\alpha & x \geq 0 \\ -\lambda(-x)^\beta & x < 0 \end{cases}$$

(x : 損益額、u(x) : 効用)

ここでλは損失回避係数である。そして上式におけるαとβを0.88、λを2.25と推計している。この損失回避の考えは、富の減少は、より苦痛が大きいことを表している⁽²⁾。

なお、プロスペクト理論を使用するにあたって、リターンを評価する期間を設定する必要がある。というのも、このモデルは、本来、リターンではなく損益の金額に対する効用を推計したも

⁽²⁾ Tversky and Kahneman[1992]は、カリフォルニア大学とスタンフォード大学の大学院生25名を対象に実験を行い、評価関数の形状を特定化する試みを行った。具体的には、以下の関数

$$u(x) = \begin{cases} x^\alpha & x \geq 0 \\ -\lambda(-x)^\beta & x < 0 \end{cases}$$

の3つのパラメーター(α、β、λ)を実験結果に基づいて推計するというものである。なおこの実験の内容は、まず各問で下表のとおりa、b、cの数値が与えられるとする。そしてaドル、bドルの得られる確率がそれぞれ50%ずつとした場合、「同じく50%ずつの確率でcドルとxドルが得られる」とすると、xはあなたにとっていくらに相当しますか」というものである。

◇ (出所) Tversky and Kahneman[1992] Table 3.6

	aドル	bドル	cドル	xドル	θ
問1	0	0	-25	61	2.44
問2	0	0	-50	101	2.02
問3	0	0	-100	202	2.02
問4	0	0	-150	280	1.87
問5	-20	50	-50	112	2.07
問6	-50	150	-125	301	2.01
問7	50	120	20	149	0.97
問8	100	300	25	401	1.35

表のxは、8通り質問に対する回答結果のメディアン値である。またθは損失の重み(θ = - $\frac{x-b}{c-a}$)を表している。以上の分析から、α = β = 0.88、λ = 2.25という推計結果が得られた。

のだからである。

しかし、現実には、必ずしも、投資家の計画期間を一つに決められるものではない。

それは、その人のライフサイクルによって異なるものだからである。たとえば若い人の投資期間は30年間と、超長期であることが考えられる。しかし、たとえば投資信託に投資した場合、その四半期ごとの運用報告書を見るたび、その人は、その期の損益に注目することとなる。このケースでは、投資家の投資ホライズンは30年である。しかし彼の現実の評価期間は3ヶ月ということになる。

このように、投資期間の長短にかかわらず、心理的な現実の投資期間は、評価する頻度によるものと想定できる。評価する頻度が、長期投資家も、短期投資家も同様であるとするなら、彼らはおおよそ同じような行動をすることが予想される。一方、プロスペクト理論では、効用の大きさが富の変化である。投資家の投資評価期間が同一であるとするなら、それは投資リターンで置き換えることができる。この意味で、投資家の評価期間を評価する際、彼らの暗黙のタイムホライズンを考慮して、効用関数にプロスペクト価値関数を適用できる、とするのが Benalzi&Thalar の考え方である。

2.2. エクイティ・プレミアムに対する近視眼的傾向とその大きさ

Benalzi & Thalar では、エクイティ・プレミアムは人々の損失回避性と短期的（1年程度の）評価の組合せによってもたらされることが、その基礎となっている。

そもそも、株式は評価期間が増加するにつれ、より魅力的になる。となると、ある自然な疑問が生じることになる。もし、評価期間を延ばしていったら、エクイティ・プレミアムはどの程度まで落ちるのだろうか、という疑問である。

ところが、株式の実際のリターン、および5年もの債券の実際のリターンを使って、この疑問に対する分析をした結果、過去データから得られる実際のエクイティ・プレミアム（年あたり6.5%）は、1年の評価期間のものとは一致していた。

以上から、現実の株式ポートフォリオのリスクプレミアムの値から、人々の心理的な投資期間が1年程度と推計した。

プロスペクト理論の価値関数は、あくまで損益の金額に対する心理的な効果を示したものであり、収益率について議論をするものではない。彼らがリスクプレミアムへの応用として、この理論（価値関数）が適用を可能としたのは、現実のリスクプレミアムから心理的な投資期間を推定し、それが1年程度と結論づけたことにある。心理的な投資期間が1年であることから、この価値関数が年率収益率で表されるものであるとした。

本研究における以降の議論は、この彼らの研究の流れをくむものであり、収益率でプロスペクト価値関数、およびその応用について議論するものである。

3. 投資ホライズンに関する一考察（認知価格変動リスクの将来時間との関係）

Benalzi&Thalar（1995）では、投資家の心理的なタイムホライズンを1年とおき、以降、すべての議論を年あたりリターン、年あたりリスクをもとに分析を行っている。ここで一つの問題となるのは、この一年という期間が心理的に適正と言えるのか、また、一年が適当だとして、リスクを評価する場合、客観的なリスクと心理的なリスク値がどのような関係にあるのか、知る必要がある。というのも、Benalzi&Thalar では、リスクの推計値をすべて客観的な値、つまり、“心理的なリスクの大きさ” = “客観的なリスクの大きさ” との仮定をおいているが、そこに何ら検証がなされていないからである。

そこで、以下では以前、筆者が、アンケート調査をもとに、人々の投資期間とリスクに対する見方（主観評価）について、分析・検証を行った結果（石井、2003）を紹介する。

3.1. 株価変動イメージグラフ（アンケート1）から読む人々のリスク認知特性

ここでは、人々の感じるリスクについて、将来時間の長短によって、どのように変化するのかを調べた。統計学上、価格変動がランダムなら、リスクは \sqrt{T} ルールで表される。それに対し、人々が感じるリスクはどうなのであろうか。それを以下のアンケート調査をもとに分析することとした。

[アンケート1]

- ・内容：縦26マス、横53マスの方眼紙に株価イメージを描いてもらうもの（図1）
（被験者：慶應大学学生25名、一般社会人24名）
- ・データ作成方法：横の1マスを1期間、縦の1マスを1価格単位とし、時系列データを読み取り作成する。
- ・データ分析の内容：
 - －上記データを基に単位時間を1期～35期とした場合の価格変動の標準偏差をそれぞれ計測する。……リスク（実際値）と同様の計測方法
 - －2期～35期の標準偏差を1期あたりの標準偏差で除して指数化する。
- ・グラフ作成方法：上記データ（指数化したもの）を全被験者について平均した値をグラフにプロットし、折れ線グラフを描く。

図1：株価予想（アンケート1）のサンプル

Q1. 株価変動のイメージを自由に描いてください。（小学生に株価変動のイメージを教えるつもりで）

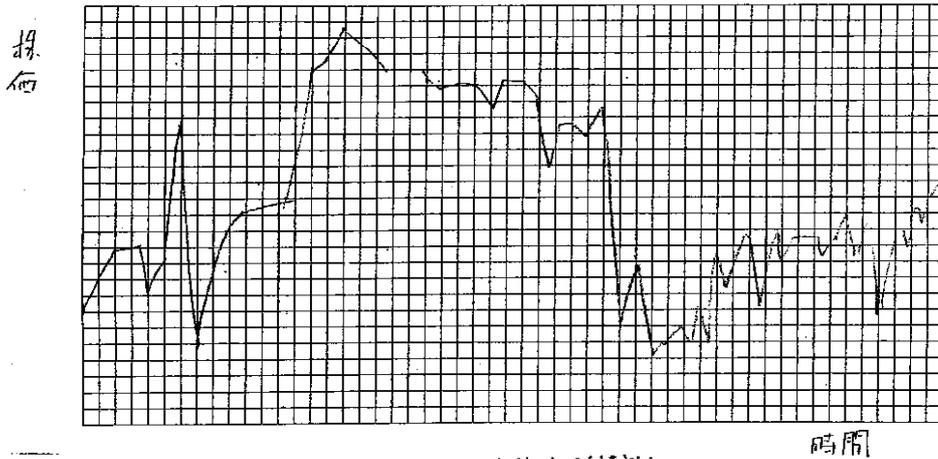
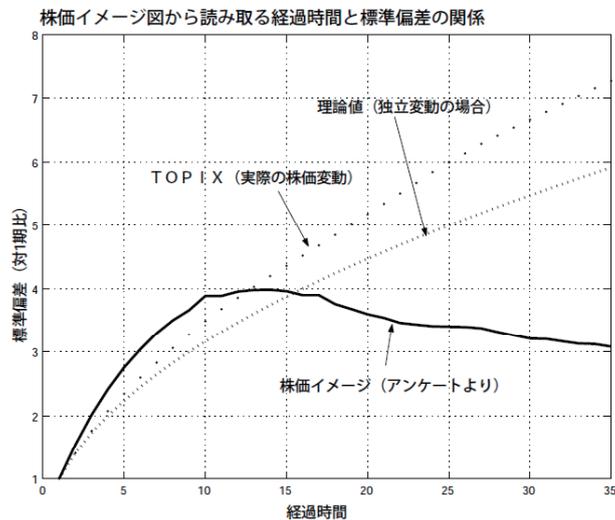


図1は分析結果である。時間とリスクの関係を表した。なおここでは比較を容易にするため、ランダム変動の場合の時間に対するリスクの大きさの推移、および実際の株価リスクの大きさの推移（以上はすべて1期あたりの標準偏差で指数化したもの）を重ねあわせた。グラフ上の実線が人々の認知するリスクである。

図2：株価変動イメージアンケートにみる主観リスクの傾向



この図2より、短期的には人々が比較的风险を高く見るという傾向が認められた。一方、より遠い将来のリスクについては逆にランダム変動の場合よりも小さく、実際の価格変動リスクに対して大幅に過小評価する傾向が認められた⁽³⁾。

⁽³⁾ 図中、密な点線（理論値（独立変動の場合））は、価格変動がランダムと仮定した場合のリスクの時系列による拡大のようすを表したものである。同様に、疎な点線（TOP I X（実際の価格変動））は、実際の期間毎の実際のリスクのようすを表したものである。TOP I Xの価格変動がランダムではなく、正の時系列相関があるため、遠い将来のリスクは、一般に計測されるよりも大きいことがわかる。

3.2. 株価の高値／安値予想アンケート（アンケート2）から読む人々のリスク認知特性

以上のアンケートのほかに、目的を同じくする別のアプローチによるものも考えた。前節の株価変動アンケート1と同様、人々に将来の予想株価およびその上限、下限を答えてもらうアンケートである（アンケート2）。具体的には現在から3ヶ月後、6ヶ月後、1年後、3年後におけるそれぞれの株価とともに、各時点で想定される予想上下限についても答えてもらうというものである。

[アンケート2]

- ・ 内容：被験者に直接将来の株価予想をしてもらうもの
(被験者：日本福祉大学学生24名：年齢18歳～50歳)
(実施日：2002年7月28日)
- ・ 予想対象時点：3ヵ月後、6ヵ月後、1年後、3年後
- ・ 予想の内容：上記各予想時点における
 - 予想価格、
 - 予想上限価格、
 - 予想下限価格

表1：株価予想（アンケート2）

	3ヵ月後	6ヵ月後	1年後	3年後
予想値	9909	11536	13067	15370
高値	11417	13161	14980	18000
安値	8465	9326	10450	11657

※具体的イメージは表1の通り（表中の数値はアンケート回答の平均値）。

このアンケートの主な目的は（被験者が想定する予想株価の上限・下限から）人々が認識する株価変動分布の時系列での拡大の傾向、その推移を見ることにある。

図3：株価の上下限予想にみる主観リスクの傾向

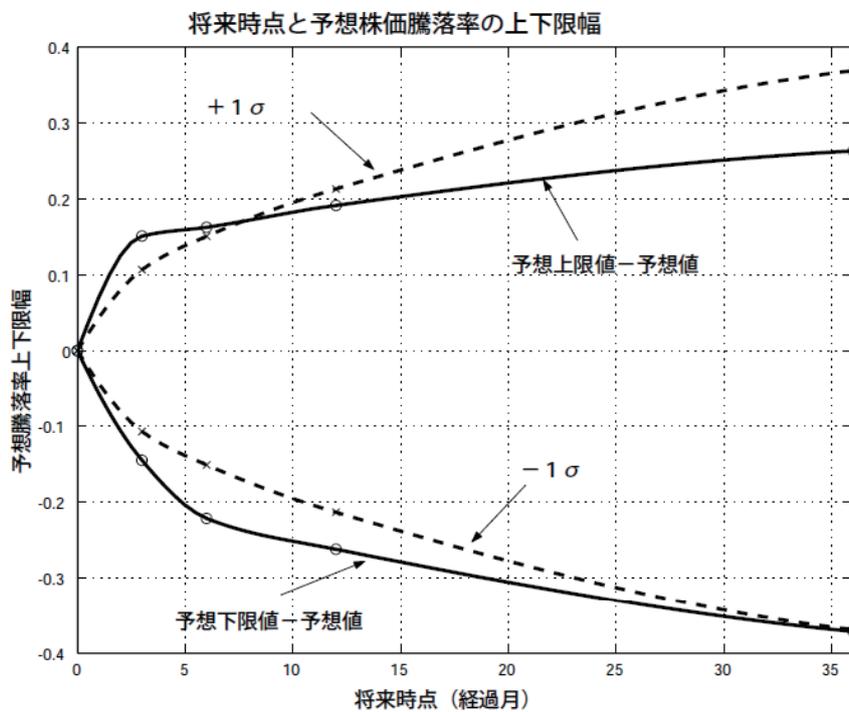
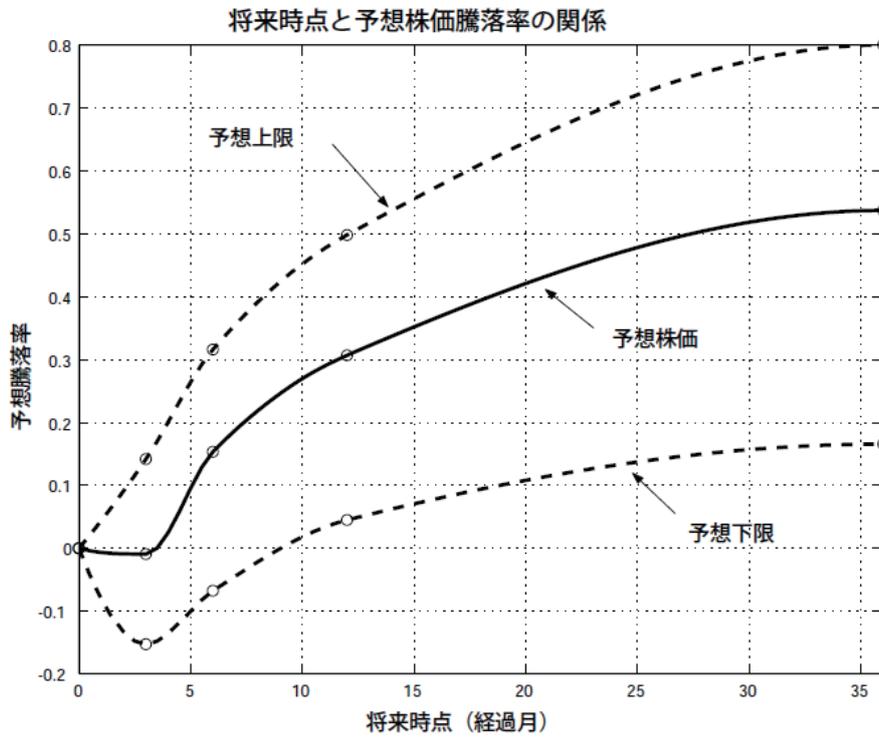


図3（上）は、アンケートの回答から各時点の収益率を計測し、その平均値をグラフに表したものである。グラフ上、実線が各時点の予想収益率で、点線が予想の上下限収益率となる。

ところで、ここでの分析の目的は、リスクの大きさの時間に対する拡大の傾向を見ることである。そこで、図3（下）では予想株価騰落率からの上限／下限それぞれの乖離の程度を表してみ

ることとした。図中の実線は、アンケートの上下限 [(上限-下限) / 予想値] (収益率) の時系列推移を表したものであり、点線で表されるファイナンス理論の想定するリスク拡大の様子 (\sqrt{T} ルール) と比較したものである。

このグラフからわかることは、やはり短期的には人々が比較的大きなリスクを認知する一方で、遠い将来のものほど過小評価するという傾向である。

たとえば3ヶ月後、6ヶ月後における株価変動の上下限は、ヒストリカル分布でみた $\pm 1\sigma$ を超えるものであるが、より長期のもの、たとえば3年後の上下動を見るとその幅は $\pm 1\sigma$ を下回るものであることがわかる。つまりアンケート1同様、遠い将来のものほど人々はリスクを過小評価する傾向が表されている。

3.2.1. “心理的投資期間=1年”の妥当性について

ここで紹介した2つの分析に共通して表されているのは、統計的分析から得られるリスクの値と、心理的なリスクの値が、1年程度のところではほぼ一致するということである。1年以内の近未来に関しては、リスクを過大評価し、1年を超えるより長期のものに関しては、過小評価する傾向が見られた。Benaltzi&Thalar (1995) では、投資期間1年、かつリスク値を過去の客観データで代用している。それは検証なしでの過程であったが、ここで紹介した、以上の分析結果から、ほぼ妥当なものと言ってよさそうである。

(そこで、以降の分析でも、Benaltzi&Thalar 同様、リスク値を過去データによる客観値を代用した。)

4. 派生証券価格と投資家効用

実際の証券市場において決定される価格というのは人々の主観的な判断によってなされるものである。それは(潜在的に)将来の主観的な期待リターン、そしてリスクの程度の判断に基づいて行われる。仮に、リスクに対して回避的でも選好的でもない中立な、いわゆる合理的な投資家がいた場合、そこでの評価は、将来の期待リターンのみに基づいたものとなる。そのため、こういった投資家の場合、リスクの程度にかかわらず、期待リターンの高い投資対象ほど、より魅力のあるものとみなすことになる。よって市場がすべてリスク中立な投資家で構成される場合、期待リターンのより高い投資対象に投資が集中し、低リターンのは淘汰されることになる。その結果、世の中の全ての投資対象の期待リターンは等しく無リスク金利と同一ということになる。

しかしながら、一般に人々は、リスクに対し中立ではなく、回避的である。同じリターンであれば、リスクの小さいものがより好まれる。ポートフォリオ選択理論では、こういった人々の主観的性質として効用関数を取り入れ、投資対象の価値評価をするうえでの重要な要素としている。当然リスク回避的な投資家にとっては、リスクの高いものほど求めるリターンも、より高いもの

となる。そしてこのリスクにみあう要求リターンが無リスク資産のそれとの差が、いわゆるリスクプレミアムということになる。実際、リスクのある投資対象の現実価格は、こういったリスクプレミアムが反映されたものとなる。

本節では、投資対象の将来の期待収益としての理論価格とリスク回避的な投資家をもたらす現実の価格との差について議論を行う。特に、ここで注目するのは、長期のコール・オプションであるワラントである。将来のペイオフが満期時点における原資産の価格に対して左右対称でない場合（図4）、その理論価格と現実の価格の差は後述するように、

ある特徴をもった曲線で表される。なおそれは“ボラティリティスマイル”⁽⁴⁾としてあらわれ、市場関係者の間でよく知られている現象でもある。

⁽⁴⁾ B・S式で仮定されるボラティリティは、原資産価格の水準によらず、一定である。しかし、現実には、一定ではなく、権利行使価格と原資産価格の関数に大きく依存する。株式の場合、行使価格の高いものほど、つまり、株価がアウト・オブ・ザ・マネーの領域に入るほど、インプライド・ボラティリティが高いことが、市場関係者の中で一般的に知られている。これは実証研究の分野で、「ボラティリティ・スマイル」という用語で報告されている現象である。このボラティリティ・スマイルの発牛理由に関しては、多くの研究がなされてきた。一つは、確率分布の形状による説明である。B・S式では、原資産価格の変動分布として正規分布を仮定する。現実には、裾野の厚い等の歪みがある分布であることが知られており、それらを考慮することで、この性質を説明する試みがなされた。その他にも様々な試みがなされた中で、現状では、この現象が、確率ボラティリティ・モデルで説明されることが広く信じられている。確率ボラティリティ・モデルとは、ボラティリティが一定ではなく、以下のような時系列変動する、とするものである。

$$d\sigma^2 = \kappa(\theta - \sigma^2)dt + \delta\sigma dZ$$

※ ただし、ここで κ 、 θ 、 δ は正の定数、 Z はウィナー過程である。

なお、上式は連続時間モデルであり、離散時間モデルの場合は、

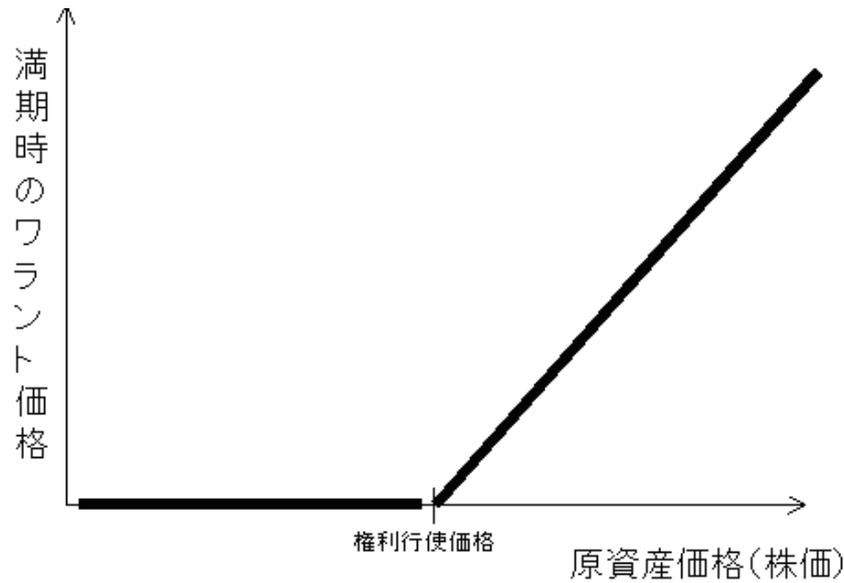
$$\log(\sigma_t^2) = w + \phi \log(\sigma_{t-1}^2) + \eta_t$$

ただし、これらによっても、ボラティリティ・スマイルそのものが、明確に証明されたわけではなく、将来的な課題として残されたままであるのが現状である。

以上は、いわゆる金融工学によるアプローチである。

また、後に述べるように、実際のワラントのインプライド・ボラティリティは、一部マイナスの値を示すが、それは、以上の議論からは説明ができないものである。本研究では、以上の疑問を解決する一つの方法として、市場価格が、あくまで取引関係者によって、主観的に判断されるものであるとの心理経済的観点（行動ファイナンス）により評価を試みるものである。

図4：ワラントの満期におけるペイオフ



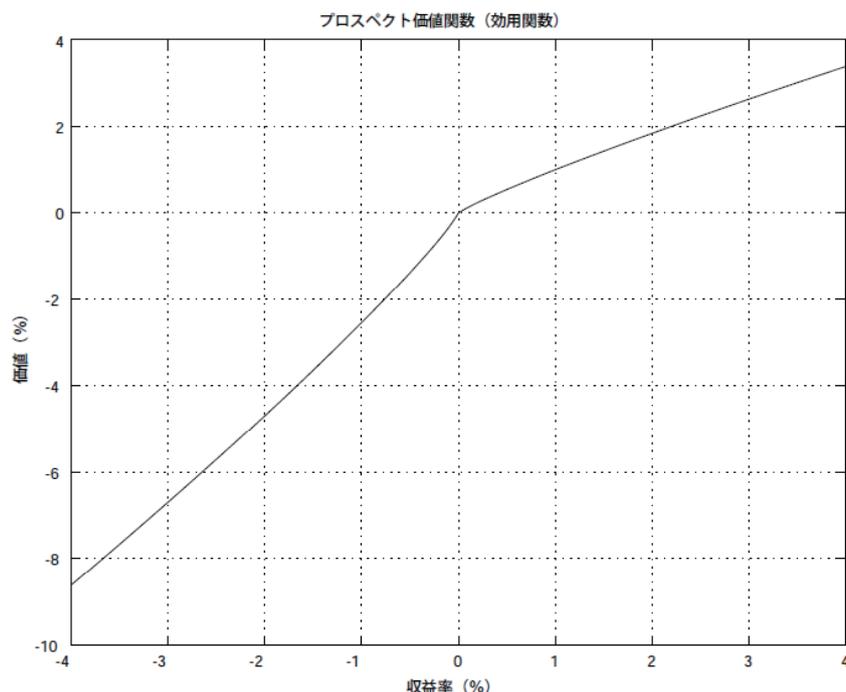
4.1. プロスペクト効用関数とワラントの期待効用

リスクを伴う投資資産には、リスクプレミアムが存在し、Benartzi&Thaler(1995)の議論から、その背後に何らかの効用関数が特定できることが期待される。

そもそも、期待効用の理論から、何らかの効用関数をおくことによって、投資対象の価値を把握することができる。投資対象の期待効用としての価値が、市場では価格として明示され、リスクプレミアムを形成することになる。よって、以降の興味は、それがどのような効用関数によって現されるのか、ということである。その候補として様々ある中で、現実に照らし合わせ、矛盾の少ないものの一つとして、前節で紹介したプロスペクト理論と、その価値関数があった。それは、既に述べたとおり、以下式によって表されるものであった。

$$u(x) = \begin{cases} x^{0.88} & x \geq 0 \\ -2.25(-x)^{0.88} & x < 0 \end{cases}$$

図5：プロスペクト価値関数



記述的効用関数として、以上のプロスペクト型効用関数が具体的に導きだされたことにより (Tversky&Kahneman, 1992)、様々な応用が可能となった。本節では、この効用関数をもとに、ワラント価格評価を行ってみることとした。Benartzi&Thalerと同様、期待効用による方法で評価を行うが、彼らが対象とした損益対称の資産に対し、本節で議論を行うのは、損益非対称の資産を対象とするものである。具体的には効用関数にプロスペクト価値関数を適用した場合のコールオプションの期待効用の導出である⁽⁵⁾。

◇ワラントの期待価値の計算

現在の株価が x_0 とした場合のワラントの期待効用 $E[u(x_0)]$ は、以下の通り求められる。

$$E(x_0, \tau) = e^{-r\tau} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} u(C(x+x_0) - C(x_0)) e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \quad (1)$$

⁽⁵⁾ Tversky and Kahneman のプロスペクト理論では人々のリスクに対する態度 (意思決定) は既に紹介した価値関数 (本稿では効用関数としている) とウェイト関数の相互作用によって決定されるとしている。人々は確率 p で起りうるある事象とそれ以外の事象 (起りうる確率 $1-p$) に対して、客観確率 p に対する主観確率を $\pi(p)$ で表すと、 $\pi(p) + \pi(1-p) < 1$ (これを準確実性という) あるいは $\pi(0.001) / \pi(0.002) > \pi(0.45) / \pi(0.90)$ (これを準比例性という) といった認識を持つ。プロスペクト理論でのウェイト関数とはここで表した関数 π のことを言う。

一方、本稿では計算の簡便さから人々のリスクに対する態度を既述の価値関数と客観確率 (正規確率関数) で表されるとの立場をとった。

$$C(x) = S_t \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{d_1} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx - K \times e^{-r\tau} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{d_2} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

$$d_1 = d_2 - \sigma\sqrt{\tau} = \frac{\log\left(\frac{S_t}{K}\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} - \sigma\sqrt{\tau}$$

$$= \frac{\log\left(\frac{S_t}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

なお、上式で x_0 は現在株価であり、 $u_1(x)$ 、 $u_2(x)$ はそれぞれ

$$\begin{cases} u_1(x) = x^{0.88} \\ u_2(x) = -2.25(-x)^{0.88} \end{cases}$$

である。また $C(x)$ はコールオプション、つまり

$$C(x) = x \times N(d_1) - e^{-r\tau} K \times N(d_2)$$

$$\begin{cases} d_1 = \frac{\log\left(\frac{x}{K}\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} \\ d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau} \end{cases}$$

とした。

4.2. ワラント投資における将来の期待収益と期待効用

以上の推計式を用い、ワラントの実勢価格の理論価格からのバイアスについて、まずは大まかな様子を探ってみたい。つまり、以下では、ワラントのプライシングにプロスペクト理論を適用した場合に推計される価格の特徴について見ることにする。なお、その方法として、一般にワラントの理論価格として用いられる B・S 式によるもの⁽⁶⁾からの乖離（価格の歪み）でワラント価格の特性について予想する。

4.2.1. 一般的な効用関数におけるバイアス

ここでの基本的なアイデアは、将来の利益を表すペイオフに対して（リスク中立の世界で）推計される価格の理論値と投資家の期待価値（プロスペクト期待効用）を比較してみることにあ
る。既に述べた通り、人々はリスクに対して回避的の性質を持つ。一方、ワラントの価格特性を考

⁽⁶⁾ 現実にはアメリカンオプションであるが、簡便な方法として、B・S式を用いた。

えると、その価格水準（あるいは株価）が高いものほどデルタが高く、リスクが大きい。つまり価格水準の高いものほど下落のリスクは大きく、低いものほど下落リスクは低下する。

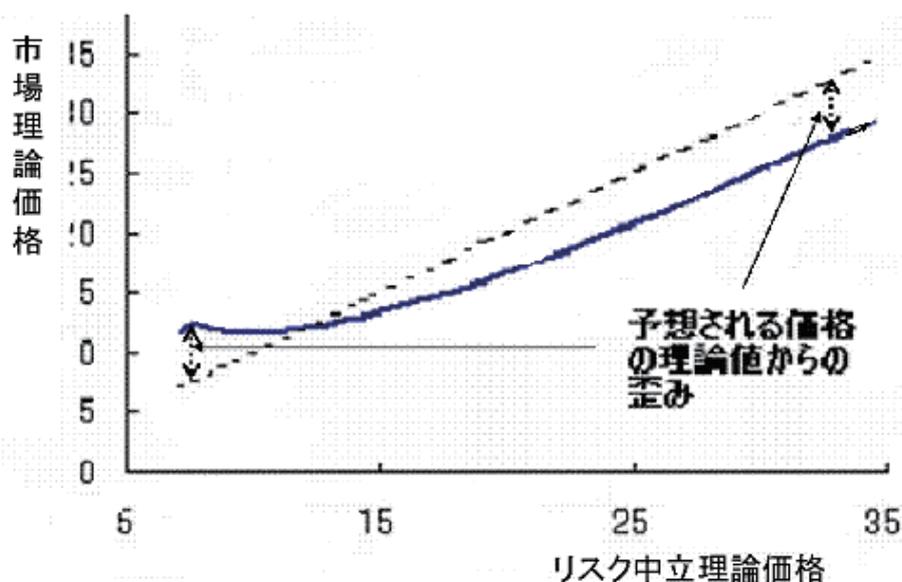
よって投資家は価格水準の低いものに対してより選好度が高まることが予想される。

特にディープ・アウト・オブ・ザ・マネー（権利行使される可能性の極めて小さい原資産価格領域）のものについては、行動ファイナンスでよく知られる心理効果、いわゆる「可能性効果」（小さな確率の過大視）によって収益の可能性を高く見積もり、さらに選好度が高まることが期待される。以上から、直感的にワラントの価格はそれらの効果によって、実勢価格の理論価格からのバイアスが生じる可能性が予想されるのである。

もし、投資家がリスクに対して中立的であるなら、市場で形成される価格は、将来の収益の期待値に等しく、B・S式等によって得られるものに近いことが期待される。

そこで、先の方法を用い、ワラントの期待効用の計算を行った。期待効用が高い投資対象ほど投資家にとっての価値は高く、その価値は現実には取引価格として表される。もしも、期待効用と実際の取引価格との間に線形の関係があるとするなら、この期待効用で現実に取りされる市場理論価格を表すことができることになる。そこで、この市場理論価格（期待効用から求められるもの）と、価格評価式として一般的なB・S式で計算されるリスク中立理論価格との比較を行ったのが図6である。この図は横軸にリスク中立理論価格を、縦軸に市場理論価格を表したものである。

図6：ワラントの理論価格とシミュレーション価格



このように投資家の効用特性（リスク回避性）によって、実際に取引される価格が、リスク中立のもと推計される理論価格と比べ、低価格のものほど割高に、高価格のものほど割安に価格形成されることが予想される。

この図から、原資産価格の低いもの（ワラント市場価格の低いもの）ほど、相対的に割高な評価がなされることが予想される。これは、実際の市場で、現実に見られる効果である。次節で詳しく述べるが（図8参照）、この推計結果から、

「理論価値からの乖離（投資家の価格決定における主観的な歪み）」
⇨ 「効用関数によって説明されるリスクプレミアム」

の関係を仮定することができそうである。

<参考>原資産価格変動リスクとのバイアス（シミュレーション）

以上、B・S式で推計されるワラントの理論価格（リスク中立理論価格）と、効用関数にプロスペクト理論を適用した場合の市場推定価格、および実際の市場価格との対比を行った。ここでの問題のひとつは、原資産価格の変動リスクによって、ワラント市場価格（リスクプレミアム）も大きく影響を受けることが予想される。

そこで以下では、参考として、原資産価格変動リスクとワラント価格のリスクプレミアムの関係について、シミュレーションを行ってみた。

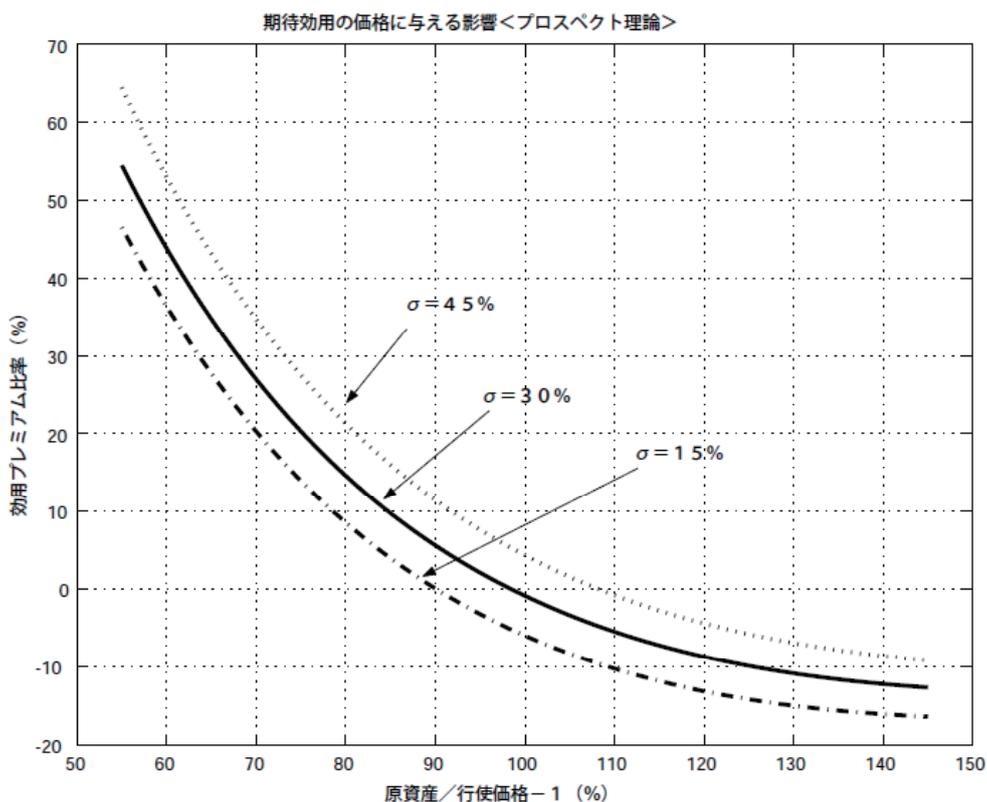
具体的には4.1で求めた式（1）を適用した場合、株価変動リスクに対して期待価値がどのように表されるのかを計測した。なおその計測にあたっては、以下の条件のもと行うこととした。

（シミュレーションの条件）

- ・残存期間＝1年
- ・ボラティリティー＝15%、30%、45%
- ・無リスク金利＝0.1%
- ・ワラント理論価格の算出方法＝B・S式

以下が、そのシミュレーション結果である。

図7：期待効用の価格に与える影響



なお、グラフは横軸に「原資産（株価）／行使価格－1（%）」を、縦軸にワラントの「推定プレミアム比率（%）」をとった。また、ワラントの「推定プレミアム比率」とは、以下の通り計算される値である。

「推定プレミアム比率」

$$= \text{プロスペクト期待効用値} / B \cdot S \text{式に基づく理論価格} - 1$$

この分析結果から、原資産価格のリスク水準の相違がワラント価格に与える影響は無視できないものであることがわかる。よって、ワラントのリスクプレミアムの分析をする際、原資産である株式のボラティリティーの水準に、ある程度の考慮をはかる必要性が確かめられた。

4.3. ワラント価格の実際

ここでは、ワラントの市場で取引されている実際の価格について、また、その特性について見ることとしたい。

イメージをつかむため、ワラントの実勢価格を理論価格で比較評価した場合、そのプレミアムはどのような形状で表されているのかということを確認しておこう。

4.3.1. ワラントの市場価格と理論価格からの乖離

まずは、ワラントの実勢価格がどのような特性を持つのか、理論価格（B・S式による値）との対比で評価を行う。具体的には分析対象となるワラント全銘柄について、その属性（株価、行使価格、残存期間等）から理論価格（B・S式による）を求め、それとワラントの実勢価格の比較を行う。

なおこの分析にあたっての使用データ、および前提条件は以下の通りである。

（1）使用データ

①データの種類：ユーロワラント（大和証券提供）

②データ日付

- ・ 88年9月（132銘柄）
- ・ 89年3月（164銘柄）
- ・ 89年9月（149銘柄）
- ・ 90年3月（236銘柄）
- ・ 90年9月（240銘柄）

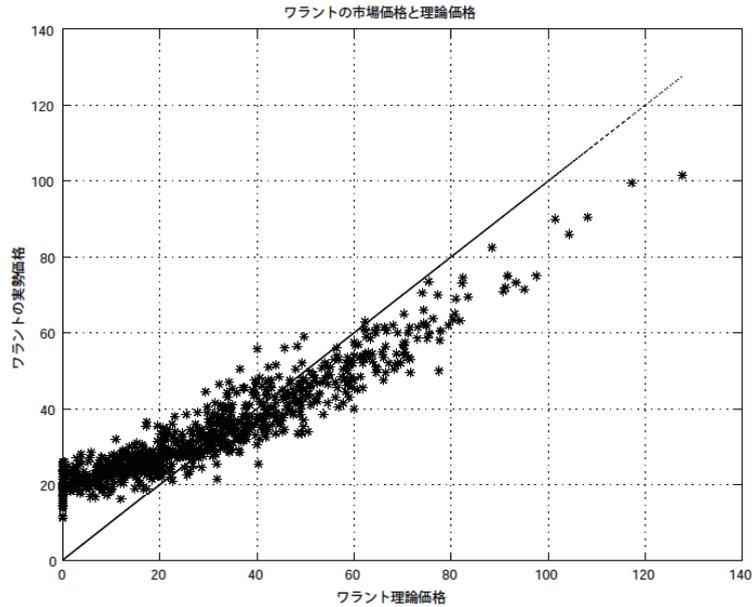
③データ属性

- ・ 銘柄コード
- ・ 株価
- ・ ワラント価格
- ・ 行使価格
- ・ 満期日
- ・ 付与率

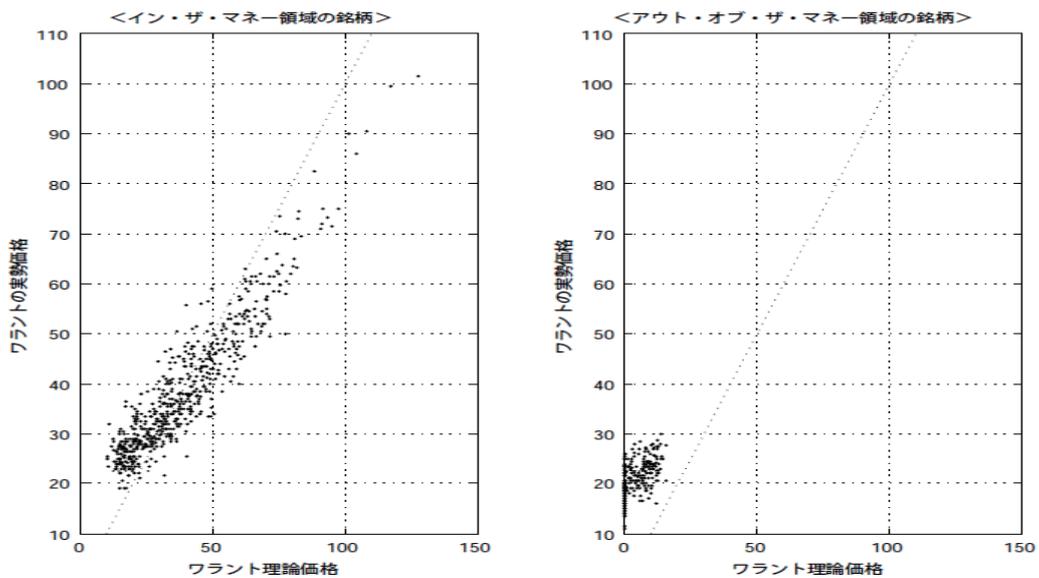
（2）分析の条件

- ・ 株価収益率ボラティリティ係数 = 30%
- ・ 無リスク金利 = 4%

図8：ワラントの市場価格と理論価格



※（参考）イン・ザ・マネー、アウト・オブ・ザ・マネー領域別に銘柄群をみた場合



グラフの横軸にワラントの理論価格を、縦軸に実勢価格をおき、対象全銘柄についてプロットした。なおグラフに描かれた直線はワラントの実勢価格が理論価格に等しいとした場合を表す。よってこの直線より上の領域は実勢価格が理論価格を上回り、下の領域は実勢価格が理論価格を下回っていることを表す。

このグラフから、ワラントの市場価格特性がイメージできる。ワラントの価格が低いもの（アウト・オブ・ザ・マネーのもの）ほどその実勢価格は理論価格を上回り、逆に高いもの（イン・ザ・マネーのもの）ほどその実勢価格は理論価格を下回るという性質である。

4.3.2. ワラント価格から検証するプロスペクト価値関数の市場適合性

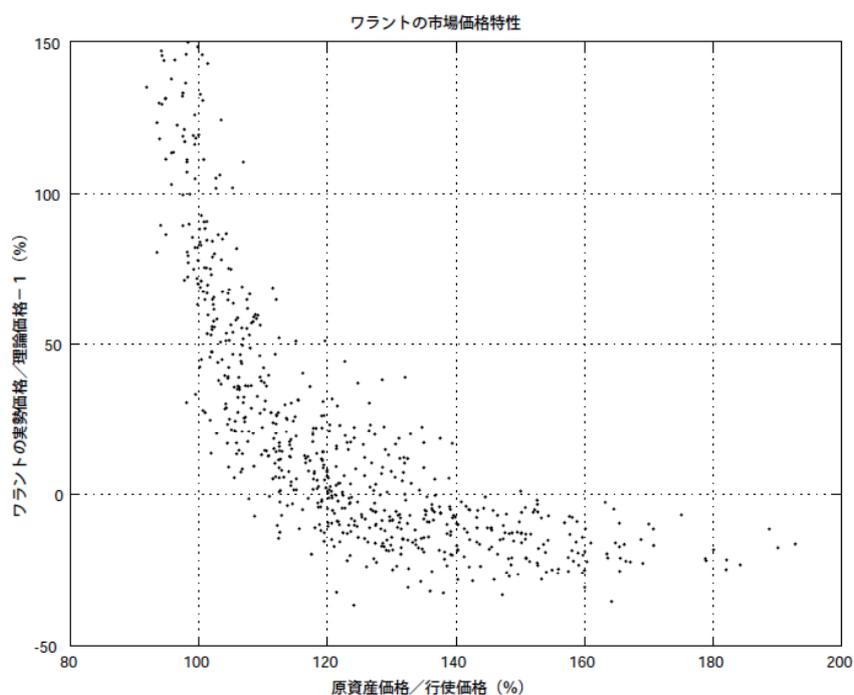
ワラントの市場価格特性がある程度イメージできたところで次にワラントの実勢価格に含まれるバイアス、つまり推定プレミアム比率（プロスペクト理論から推計されるワラントの期待価値－B・S式で推計されるワラントの理論価値）に相当する実勢プレミアム比率がどの程度かの分析を試みた。なお、この場合の「実勢プレミアム比率」は、以下のように計測される。

$$\text{実勢プレミアム比率} = \frac{\text{ワラントの実勢価格}}{\text{ワラントの理論価格}} - 1$$

この値はワラントの理論価格（B・S式により計算）に対して市場実勢価格がどの程度のプレミアムを持つのかを表すものである。

（なおここで使用したデータ、および分析条件は4.1と同様である。）

図9：ワラントの市場価格特性

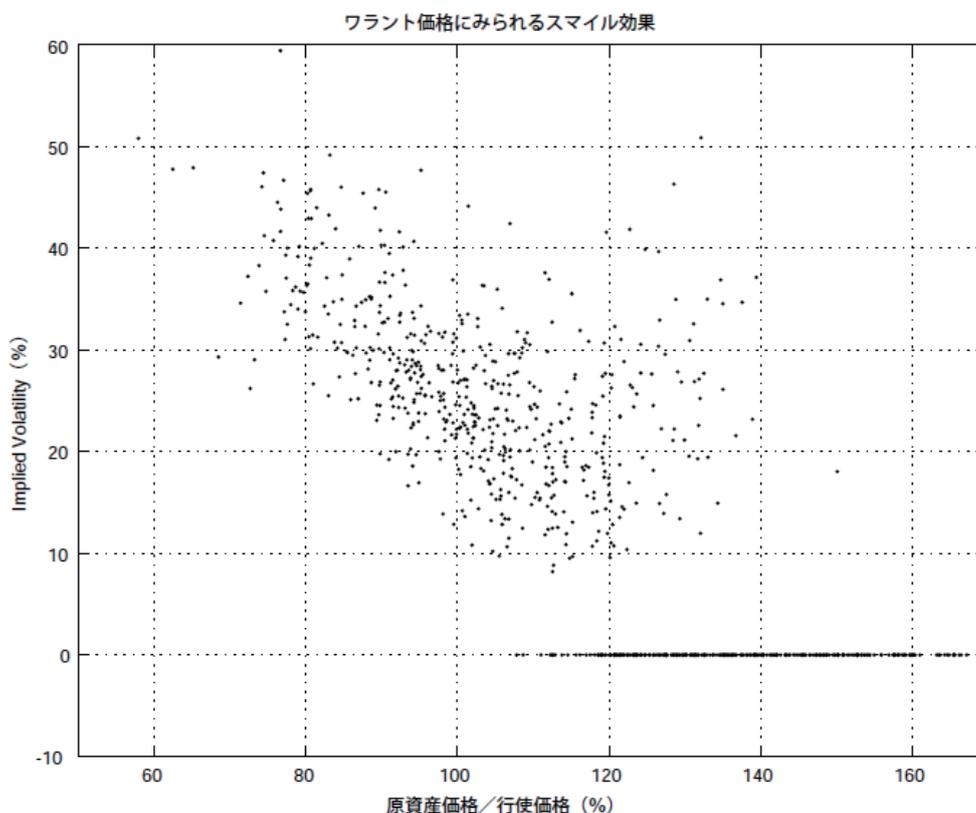


グラフに表されるように、前節の「理論プレミアム比率」と同様な傾向、つまりワラントのアウト・オブ・ザ・マネー領域でプレミアム（プラスの価格バイアス）が高く、イン・ザ・マネー領域でプレミアムが低いという傾向が、実際のワラント価格にも見られることが確認できた。

なお、こういった傾向は一般にはインプライドボラティリティーで議論される。アウト・オブ・ザ・マネー領域のオプション（ワラント）価格が高いことは、いわゆる「ボラティリティー・スマイル」として以前から知られている性質である。

そこでワラント個々銘柄の市場価格から、それぞれのインプライドボラティリティを計測してみた。その結果は以下のグラフの通りである。

図 10 : ワラント価格にみられるスマイル効果



このグラフから「ボラティリティ・スマイル」の傾向がある程度認められる。もっともその様子が明確に現れないのは、ボラティリティが低いものほど計算精度が荒くなるというB・S式自体の性質もあるが、それ以上に(実際のワラント価格を見ると分かることであるが)、ディープ・イン・ザ・マネーの領域のものも多くが時間価値マイナスとなり、もはやインプライドボラティリティ計測が不可能となることにある。

(以上から、ワラント評価を単純にインプライドボラティリティーベースで議論することは困難であると判断した。)

4.3.3. 転換社債（オプション部分）の市場価格と理論価格からの乖離

転換社債（CB）のオプション部分についてもワラントと同様の分析を行った⁽⁷⁾。

まずはCBの実勢価格（オプション部分）がどのような特性を持つのか、理論価格との比較を

⁽⁷⁾ 転換社債のオプション部分については、その実勢価格から理論債券価格を差し引くことで求める。なお債券の理論価格は発行時と評価時の長期国債利回りと現時点の当銘柄と同格付けのスワップレートから現在の債券価格を推計するものである。この分析ではクレディー・リョネ証券公表のデータを使用した。

行う。具体的にはワラントと同様、分析対象となる全銘柄について、その属性（株価、行使価格、残存期間等）から理論価格（B・S式による）を求め、それとの対比で転換社債（CB）の実勢価格を評価する。

なおこの分析にあたっての使用データ、および前提条件は以下の通りである。

（1）使用データ

①データの種類：国内転換社債

②データ日付

- ・ 2001年3月30日（640銘柄）
- ・ 2001年6月29日（637銘柄）
- ・ 2001年9月28日（598銘柄）
- ・ 2001年12月28日（596銘柄）
- ・ 2002年3月29日（584銘柄）

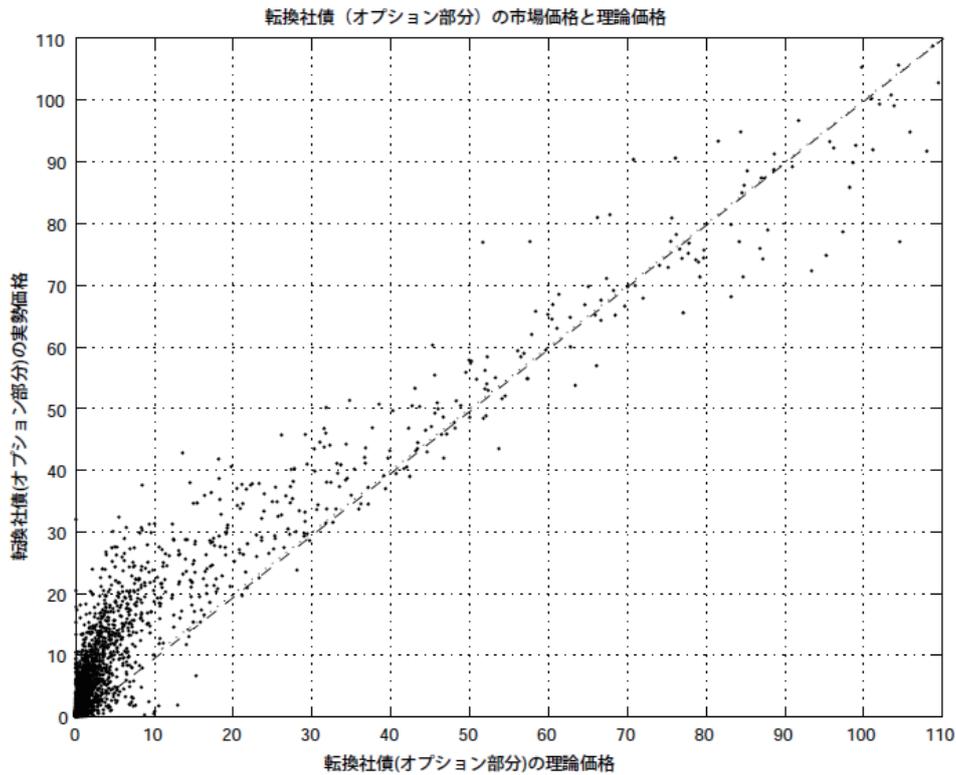
③データ属性

- ・ 株価
- ・ CB価格
- ・ 転換価格
- ・ 満期日
- ・ 利率
- ・ 最終利回り
- ・ デュレーション
- ・ 格付け

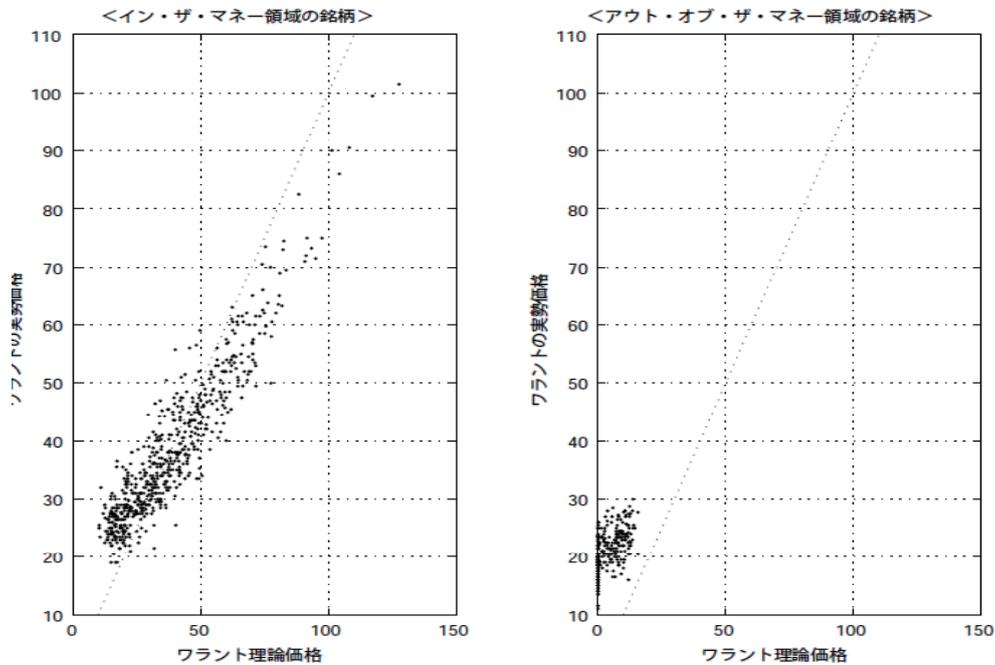
（2）分析の条件

- ・ 株価収益率ボラティリティー=30%（仮定）
- ・ 無リスク金利=0.1%

図 11： 転換社債（オプション部分）の市場価格と理論価格



※（参考）イン・ザ・マネー、アウト・オブ・ザ・マネー領域別に銘柄群をみた場合



グラフの横軸にCB（オプション部分）の理論価格を、縦軸に実勢価格（オプション部分）をおき、対象全銘柄についてプロットした。なおグラフに描かれた直線はCBの実勢価格（オプシ

オン部分)が理論価格(オプション部分)に等しいとした場合のものである。よってこの直線より上の領域は実勢価格が理論価格を上回り、下の領域は実勢価格が理論価格を下回っていることを表す。

このグラフ⁽⁸⁾から、ワラントと同様の性質が確認される。CB(オプション部分)の価格が低いものほどその実勢価格は理論価格を上回り、逆に高いものほどその実勢価格は理論価格を下回るといふCB市場における価格バイアスである。

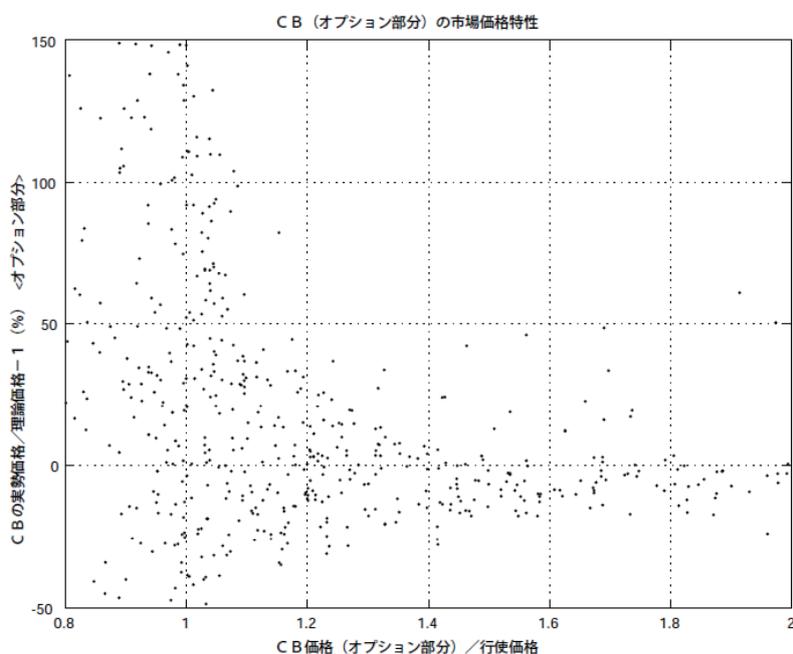
4.3.4. 転換社債価格(オプション部分)から検証するプロスペクト価値関数の市場適合性

ワラント同様、CBの実勢価格に含まれるバイアス、つまり、CBの理論プレミアムが、どの程度かの分析を試みた。なお前節の「実勢プレミアム比率」に対応するCB価格のバイアスは以下のように計測される。

$$\text{実勢プレミアム比率} = \frac{\text{CBの実勢価格(オプション部分)}}{\text{CBの理論価格(オプション部分)}} - 1$$

この値はCBの理論価格に対して市場実勢価格がどの程度のプレミアムを持つのかを表すものである。

図12：転換社債(オプション部分)の市場価格特性



ワラント同様、低価格水準域でプレミアム(プラスの価格バイアス)が高く、高価格領域でプ

⁽⁸⁾ ※ もっとも、ワラントと比べると、その形状(バイアスの傾向)は明確には表れていない。

レミアムが低いという傾向が（ワラントほどではないが）実際のCB価格にも見られることが分かった。

5. 派生証券価格から推計される投資家効用関数

前節では、その価格特性をもとに、プロスペクト価値関数の現実適合性について、おおまかな検討を行った。本節では、それをさらに深掘りして、投資家の効用関数の議論へと結び付けたい。

5.1. ワラントの価格の歪みから推計される投資家の効用関数

本節では投資家の効用関数の推計を試みる。具体的にワラントの実勢価格のリスク中立理論価格からの乖離を計測する。それが投資家の効用に基づくとの仮定から、先の期待効用の式をあてはめた場合の効用関数 $u(x)$ を推計しようとするものである。

5.1.1. 効用関数の仮定（プロスペクト理論）

本研究では、具体的に下式の各パラメータの推計を行うものである。

$$\begin{cases} u_1(x) = x^\alpha \\ u_2(x) = -\lambda(-x)^\beta \end{cases}$$

(Tversky&Kahneman では $\alpha = \beta = 0.88$ 、 $\lambda = 2.25$ という推計結果を導いている。)

具体的にはワラントの実勢価格 $C^r(x, t)$ が、ワラント投資の将来の期待効用 $E(u(x), \tau)$ に最もフィットするような $u(x)$ となるパラメータ α 、 β 、 λ を求めることを行った。

$$\min_{\lambda, \beta, \alpha} [\{ C^r(x, t) - E(u(x), t) \}^2]$$

x : t 時点の原資産価格（株価）の対行使価格比

$u(x)$: 将来のワラントのリターンによってもたらされる効用

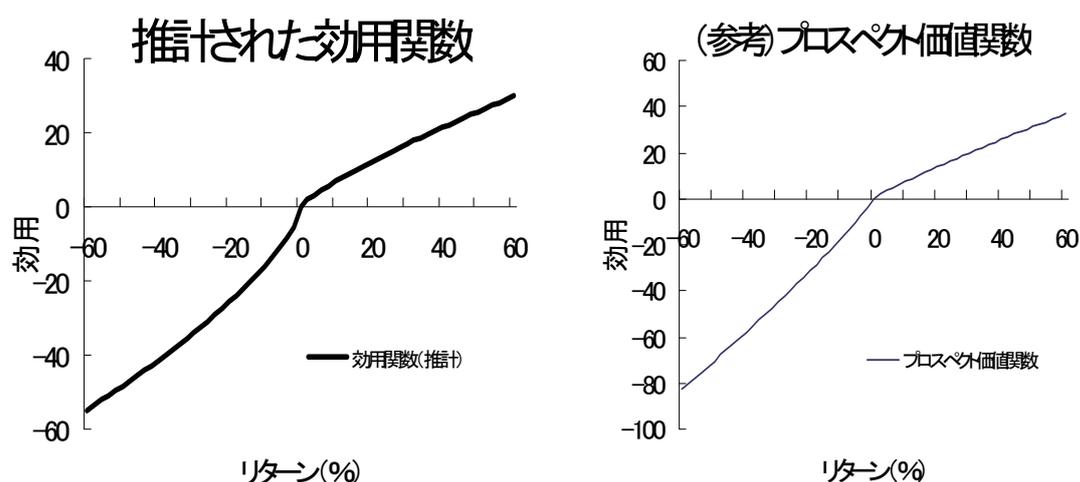
計算の結果、表2の結果が得られた。またその形状を示したのが図13である。なお、同図右（参考）はプロスペクト価値関数である。

表 2 : ワラントの価格の歪みから推計される投資家の効用関数

	時点(1)	時点(2)	時点(3)	時点(4)	時点(5)	平均	(参考)通期
α	0.8147	0.9515	0.8086	0.8436	0.7656	0.8368	0.8237
β	0.6573	0.8326	0.6636	0.6926	0.5959	0.6884	0.6648
λ	3.6756	2.5728	3.3603	3.1671	3.5803	3.27122	3.4184
$k\sigma$	0.4732	0.3511	0.4696	0.4089	0.4696	0.43448	0.4307

- ・ 時点(1) . . . 1988年9月 (132銘柄)
- ・ 時点(2) . . . 1989年3月 (164銘柄)
- ・ 時点(3) . . . 1989年9月 (149銘柄)
- ・ 時点(4) . . . 1990年3月 (236銘柄)
- ・ 時点(5) . . . 1990年9月 (240銘柄)

図 13 : ワラントの価格の歪みから推計される投資家の効用関数



5.1.2. 効用関数の推計結果と考察

以上の2つの効用関数（ワラントデータから得られたものと、プロスペクト価値関数）を比較するうえで、リターンの大きさが同じ場合の損の効用が益の場合の効用に対する比率を知ることが重要である。そこで各リターンの絶対値の比率、つまり $| \text{損の効用} | / | \text{益の効用} |$ （“損益効用比”と呼ぶことにする）を計測してみた（表2）。

表3：損益に対する効用の大きさの比率

リターン(%)	プロスペクト理論	推計効用関数
5	2.25	2.60
10	2.25	2.36
15	2.25	2.23
20	2.25	2.14
30	2.25	2.02
40	2.25	1.94
50	2.25	1.88

表は、リターンの絶対値と、損益効用比の関係を見たものである。

損益効用比として、プロスペクト価値関数の場合と、ワラントの実勢価格から推計された効用関数との比較を行った結果、2つのことが導き出された。

①一つは実際のワラント価格データから推計された効用関数が学生に対するアンケートから導き出されたプロスペクト効用関数にきわめて形状が似ていること。

②もう一つはリターンの絶対値が小さいほど損と益の効用の大きさ、つまり損の苦痛の大きさと益の喜びの大きさの差が大きく、リターンの絶対値が大きくなるにしたがって、その差が薄まり、投資家の損失に対する感覚が多少麻痺する傾向が見られることである。もっとも、その傾向は Tversky&Kahneman と比較してそれほど大きいものではない。

以上から、Tversky&Kahnemann の効用関数はあくまで学生のアンケートから推計されたものであるにもかかわらず、投資家の記述的効用関数としても適用可能なものと考えることができる。よって、彼らの効用関数を活用した Benarzi&Thaler のような応用研究も妥当なものとの結論が導き出された。

違いは、リターンの絶対値が大きくなるにしたがって、ワラント実勢価格から推計されたものは、徐々に緩やかに低下していくという点である。

6. おわりに

本研究は、証券市場におけるリスク・プレミアムについて、心理学的な側面から分析を試みたものである。一般に証券市場の分析で、ポートフォリオ評価を行う際には、効用関数はないツールである。しかし、個々資産、特に個別銘柄の評価においては、投資家の心理的側面が評価される機会はほとんどない。そのため、現状、ファイナンスの専門家が下す価値評価と

現実には市場で取引される価格との間には、常に何らかの無視できないギャップが存在することになる。ファイナンスの理論が確立し、広く普及するにつれ、逆に、理論値と現実とのギャップ、市場価格の特性、投資家行動の非合理性について、多くの謎が明らかになってきた。それらについて、目を追うごとに市場で多くとりあげられ議論されるようになった。そういった中、あくまで統計的な手法にのっとり新たな分析方法の開発・研究が主流であった。

本研究は、そういった現状における問題、いわゆる理論評価と現実とのギャップを、人間心理の一つのモデルを基に説明しようと試みたものである。今回は、その中で特に市場のリスクプレミアムに焦点をあて、そこから投資家の潜在的に持つ効用関数の推計を試みた。今回、得られた重要な結果は、証券市場とはまったく縁のない、ある心理学者によって求められた効用関数と極めて似通ったものが得られたということである。最近では、心理学と経済の融合研究が多くなされるようになってきた。しかし、それはあくまで定性的な評価分析を主とするものであり、定量的な分析はまだこれからといった感がある。そういった中で今回、心理学の研究成果が、実際の証券市場分析にある程度の有効性があることを検証できたと考える。本研究が、この分野で今後さらなる定量的な分析が行われる一つのきっかけになれば幸いである。

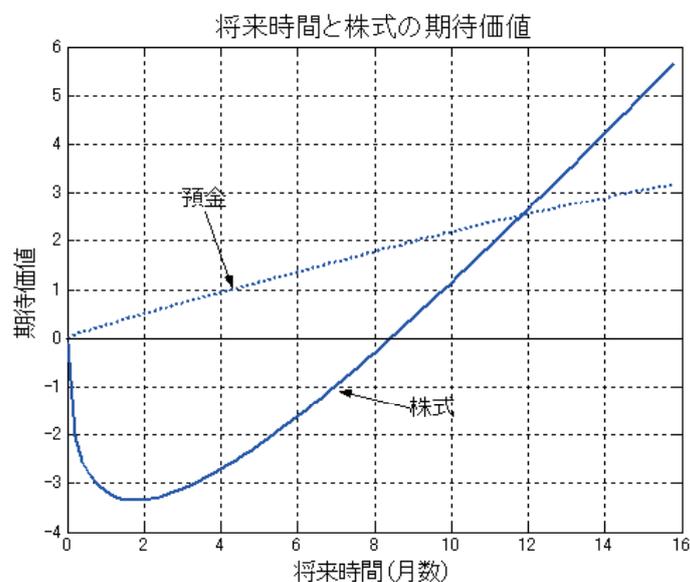
7. 【付録1】プロスペクト期待価値（期待効用）で表される投資家心理（例）

今回の分析の応用として、実際の投資の場でよく見られる人々の心理特性のうち2つの例をとりあげ、今回の分析結果求められたモデルでそれらの説明を試みた。

7.1. 過度のリスク回避性

1つめは投資家の“過度にリスク回避的な傾向”に関するものである。具体例として期待リターンが10%でリスクが25%の株式を考える。預金金利が1.5%とすると、1年間の投資でこの株式によるリターンは預金を（期待値で）8.5%上回ることになる。ところが先ほどの“期待価値”で評価すると、株式の魅力は預金とほぼ同じ程度にすぎないことがわかる。つまり見かけ上の期待リターンほど株式に魅力を感じられないということである。さらに興味深いのは、より近い将来（1年未満）における魅力の度合いである。推計結果（グラフ）に見られるように、株式の“期待価値”は短期的にはむしろマイナスである。一般に近視眼的な人ほど株式投資に躊躇する理由は、この推計結果でよく説明されることがわかる。

図 14：将来時間と株式の期待価値



※示したグラフは、時間の経過（将来）に対する株式、預金それぞれの期待価値を計測したものである。計測方法は前ページのプロスペクト価値関数による。近い将来の株式の期待価値がマイナスとなっているのは、リスクが期待リターン以上大きいためである。

7.2. フレーミング効果

2つめは“フレーミング効果”に関するものである。たとえば株式 50%、無リスク資産（短期金利） 50%で構成されるポートフォリオAがあったとする。そしてポートフォリオAと同じリスク・リターン特性を持つ資産Bがあったとする。それぞれのリスク・リターンは表の通りである（表の右欄は7. 1と同様、推計された期待価値である）。

表 4：フレーミング効果による期待価値の違い

	期待リターン	リスク	期待価値
株式	10%	30%	-0.1
無リスク資産	4%	0%	5.8
ポートフォリオA	7%	15%	2.8
資産B	7%	15%	3.4

ポートフォリオで運用する投資家は一般にその構成資産（この例では株式、無リスク資産それ

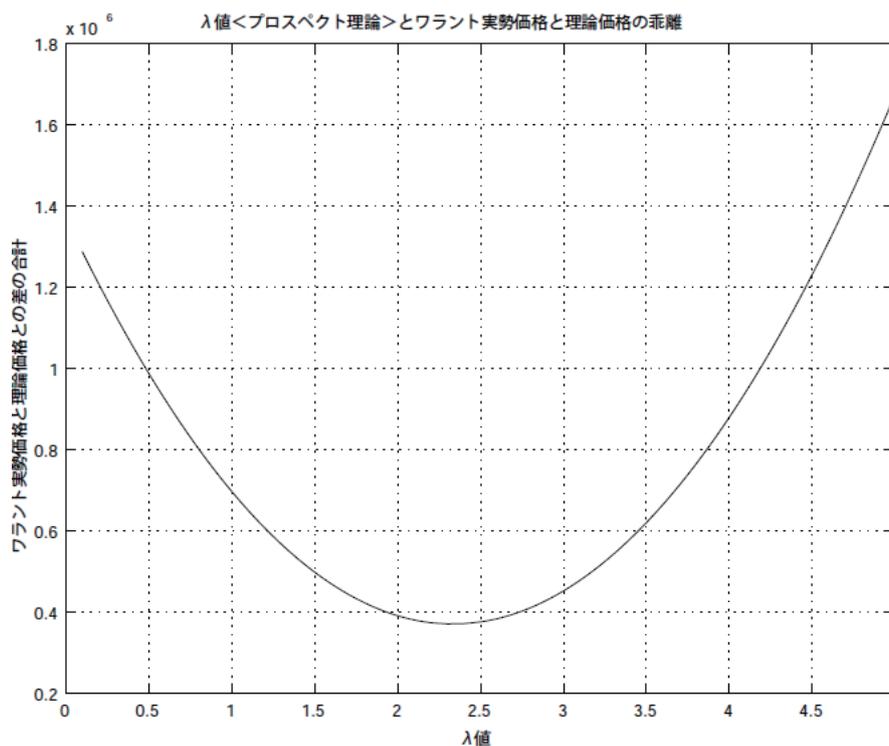
ぞれ) に注目する。そのため、ポートフォリオAの投資家にとっての期待価値は、 $-0.1 \times 50\% + 5.8 \times 50\% = 2.8$ となる。一方資産Bの期待価値は(そのリスク・リターンを先の評価式にそのまま当てはめると) 3.4 である。つまりポートフォリオAと資産Bはまったく同じリスク・リターン特性を持つにも関わらず投資家にとっての効用は異なるということになる。

8. 【付録2】プロスペクト価値関数の妥当性についての追加検証

8.1. ワラント実勢価格からの検証

3.1 のワラントの期待価値計算式で、 $u_2(x) = \lambda(x)(0.88)$ とし、 λ の値を変化させることで、実際のワラント市場価格との乖離が最小となる最適 λ の値を推計してみた。

図 15 : λ 値のシミュレーション結果 (ワラント)



上グラフは、そのシミュレーションの結果である。

横軸の λ を変化させていった時の $\sum (P(W_i(a)) - E[u(a)])^2$ の値が縦軸方向の値で表されている。

※なおここで $P(W_i(a))$ はワラントの実勢価格であり、

$u(a)$ は、ワラントの期待価値である。

よって最適な λ 値とは上グラフで縦軸方向の値が最小となるものとなる。

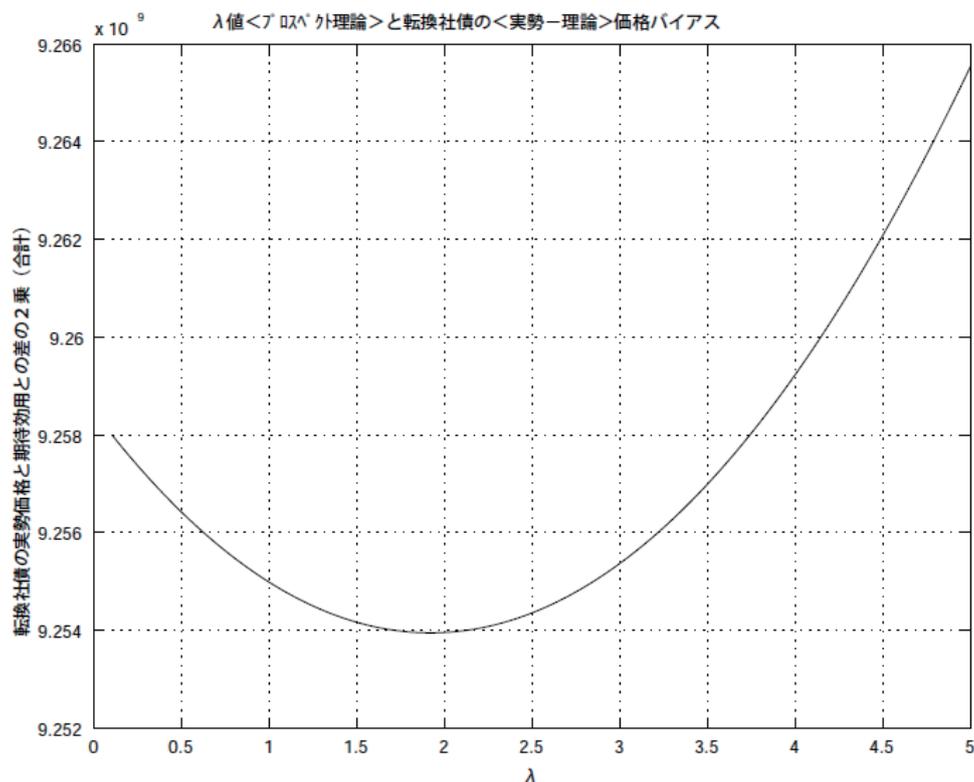
グラフからわかるように、最適λの値は2.3となった。この値はプロスペクト理論の効用関数で使用される同係数の2.25とほぼ一致する。プロスペクト理論での効用関数では、その係数は学生に対する心理アンケート調査の結果得られたものであるが、それはワラントの市場価格から逆算で推計されたものとほぼ同じ結果であることがこのシミュレーション結果から確かめられた。

8.2. 転換社債の実勢価格（オプション部分）からの検証

ここでもワラント同様、投資家の期待価値としてプロスペクト理論を適用した場合について、CBの実勢価格（オプション部分）からプロスペクト理論の効用関数式の係数（λ）を推計することを試みた。

ここでもワラントと同様、α = 0.88を既知とし、CBの実勢価格（オプション部分）から上のu₂(x)式のλ値を推計することを目的にシミュレーションを行った。

図 16：λ 値のシミュレーション結果（転換社債）



上グラフはその結果である。縦軸方向の値は、横軸のλを変化させていった時の

$$\sum (P(CB_i(a)) - E[u(a)])^2 \text{ の値}$$

である。よってこの値の最も小さなλが最適λ値となる。

※なおここで $P(CB_i(a))$ はCBの実勢価格（オプション部分）であり、 $u(a)$ は、CB（オプション部分）の{期待価値}である。

このシミュレーションから推計される最適 λ の値は2.0となった。この値も、やはりプロスペクト理論の効用関数で使用されるオリジナルの係数2.25とほぼ一致する。CBの最近の価格データからも先のワラントと同様の結果が導き出された⁽⁹⁾。

参考文献

- [1] Alpert, M. and Raiffa, H., 1982, "A progress report on the training of probability assessors", in "Judgement under uncertainty: Heuristic and biases" (Kahneman, D., Slovic, C. and Tversky, A. eds), Cambridge University Press, pp. 294-305.
- [2] Andreassen, P. B., 1987, "On the social psychology of the stock Market: Aggregate attributional effects and the regressiveness of prediction", *Journal of Personality and Social Psychology*, 53, pp. 490-496
- [3] Benartzi, S. and R. Thaler, 1995, "Myopic loss aversion and the equity premium puzzle," *Quarterly Journal of Economics*, 110, pp. 73-92
- [4] Cutler, D. M., Poterba, J. M. and Summers, L. H., 1991, "Speculative dynamics", *Review of Economic Studies*, 58, pp. 529-546.
- [5] De Bondt, W. F. M., 1993, "Betting on trends: Intuitive forecasts of financial risk and return," *International Journal of Forecasting*, 9, pp. 355-371
- [6] De Bondt, W. F. and Thaler, H., 1985, "Does the stock market overreact?", *Journal of Finance*, 40, pp. 793-805.
- [7] De Long, J. Bradford, Andrei Shleifer, Lawrence Summers, and Robert Waldmann (1990). "Positive Feedback Investment Strategies and Destabilizing Rational Speculation," *Journal of Finance*, XLV, 2, 379-395.
- [8] Fisher, K. L. and M. Statman, 1999, "A behavioral framework for time diversification," *Financial Analysts Journal*, 55, pp. 88-97.
- [9] Kahneman, Daniel; Slovic, Paul; Tversky, Amos, 1982, "Judgment under Uncertainty : Heuristics and Biases," Cambridge University Press
- [10] Lichtenstein, S., Fischhoff, B, and Phillips, L, D, 1982, "Calibration of probabilities: The state of the art to 1980", in "Judgement under uncertainty: Heuristic and biases" (Kahneman, D., Slovic, C. and Tversky, A. eds), Cambridge University Press, pp. 306-334.

⁽⁹⁾ グラフの縦軸（目盛数値）からわかるようにCBの場合、 λ の推計値はワラントの場合ほど明確ではない。

- [11] Lo, A. W. and MacKinlay, A. C., 1988, “Stock market prices do not follow random walks: Evidence from a simple specification test”, *Review of Financial Studies*, 1, pp.41-66.
- [12] Shefrin, H. and M. Statman, 1993, “Behavioral aspects of the design and marketing of financial products,” *Financial Management*, Summer, pp.123-134.
- [13] 石井吉文, 2002, 「プロスペクト価値関数による資産評価と投資家心理」, 日本行動計量学会 (第30回大会抄録集)
- [14] 石井吉文, 2003, 「時間と人々の価格変動リスクに対する認知特性」, 日本行動計量学会 (第31回大会抄録集)
- [15] 石井吉文, 2004, 「価格変動のリスク認知と資産リスクプレミアム」, 日本進化経済学会 (第8回大会抄録集)
- [16] 依田高典, 『不確実性と意思決定の経済学』, 日本評論社, 1997
- [17] 繁榊算男, 「意思決定の認知統計学」, 1995, 朝倉書店
- [18] 加藤英明, 2003, 『行動ファイナンス—理論と実証—』, 朝倉書店
- [19] 佐伯胖, 亀田達也, 2002, 『進化ゲームとその展開』, 共立出版
- [20] 城下賢吾, 2002, 『行動ファイナンス』, 千倉書房